AUTORES, TEXTOS Y TEMAS
FILOSOFÍA

Álvaro J. Peláez Cedrés

Lo *a priori* constitutivo: historia y prospectiva

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo
Cuajimalpa

ANTHROPOS

This page intentionally left blank

LO *A PRIORI* CONSTITUTIVO: HISTORIA Y PROSPECTIVA

AUTORES, TEXTOS Y TEMAS

F I L O S O F Í A

71

Álvaro J. Peláez Cedrés

LO *A PRIORI* CONSTITUTIVO: HISTORIA Y PROSPECTIVA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo
Cuajimalpa

ANTHROPOS

Lo *a priori* constitutivo: historia y prospectiva / Álvaro J. Peláez Cedrés. — Rubí (Barcelona) : Anthropos Editorial ; México: Universidad Autónoma Metropolitana - Cuajimalpa, 2008
254 p. ; 20 cm. — (Autores, Textos y Temas. Filosofía ; 71)

ISBN 978-84-7658-891-8

1. Kant, Immanuel, 1724-1804 - Crítica e interpretación 2. Kant, Immanuel, 1724-1804 - Conocimiento, Teoría del 3. Kantismo I. Universidad Autónoma Metropolitana - Cuajimalpa (México) II. Título III. Colección

Electronic version
published by

Primera edición: 2008

© Álvaro J. Peláez Cedrés, 2008
D.R. © UAM-Cuajimalpa, 2008
© Anthropos Editorial, 2008
Edita: Anthropos Editorial. Rubí (Barcelona)
www.anthropos-editorial.com
En coedición con la Universidad Autónoma Metropolitana,
Unidad Cuajimalpa, México
ISBN: 978-84-7658-891-8
Depósito legal: B. 44.610-2008
Diseño, realización y coordinación: Anthropos Editorial
(Nariño, S.L.), Rubí. Tel.: 93 697 22 96 / Fax: 93 587 26 61
Impresión: Novagràfik. Vivaldi, 5. Montcada i Reixac

Impreso en España - *Printed in Spain*

Todos los derechos reservados. Esta publicación no puede ser reproducida, ni en todo ni en parte, ni registrada en, o transmitida por, un sistema de recuperación de información, en ninguna forma ni por ningún medio, sea mecánico, fotoquímico, electrónico, magnético, electroóptico, por fotocopia, o cualquier otro, sin el permiso previo por escrito de la editorial.

Para Adriana y Elena.

This page intentionally left blank

Also muss auf Kant
zurückgegangen werden.

OTTO LIEBMANN

This page intentionally left blank

PREFACIO

El presente libro constituye una exposición más concisa y madurada del contenido de mi disertación doctoral, presentada en la Universidad Nacional Autónoma de México el año 2005. Como tal, el texto contiene mejoras. No sólo he omitido material que ahora percibo como innecesario, sino también conexiones conceptuales dudosas, así como he agregado desarrollos que surgieron como producto de mi trabajo posterior sobre el tópico. Sin embargo, la idea fundamental a favor de la que argumento es esencialmente la misma; a saber, la defensa, tanto desde el punto de vista histórico como conceptual, de la idea de *a priori* constitutivo de la experiencia.

El tema y la perspectiva general, tanto en su vertiente histórica como positiva, son kantianos, y se inscriben dentro de la revisión histórica sobre los orígenes de la filosofía analítica iniciada a finales de los años ochenta por José A. Coffa y Joëlle Proust y perpetuada por Michael Friedman y otros en los últimos 15 años. Mi deuda con la valiosísima investigación de dichos intelectuales es enorme, aunque mis diferencias, como espero mostrar, son también importantes.

Independientemente del aporte sustantivo al tema que esté realizando con esta obra, personalmente he obtenido enormes beneficios y un gran placer intelectual en el estudio de los autores que presento y analizo a lo largo del texto. Mi primer agradecimiento va para dichos filósofos. Un segundo agradecimiento lo dirijo a la Universidad Nacional Autónoma de México, cuyo apoyo económico y de infraestructura hicieron posible la investigación seminal de la que este libro forma parte. Un agradeci-

miento especial vaya para el Dr. Thomas Mormann, de la Universidad del País Vasco / Euskal Erriko Unibertsitatea, con quien tuve el privilegio de trabajar y dialogar sobre aspectos sustantivos de este trabajo (y por la bicicleta). Finalmente, agradezco a la Universidad Autónoma Metropolitana-Unidad Cuajimalpa, que posibilitó la presente edición, en especial a los Dres. Carlos Illades y Mario Casanueva.

INTRODUCCIÓN

No cabe duda alguna de que la influencia de Kant en la filosofía del siglo XX y la de comienzos del XXI ha sido profunda. Independientemente de hacia dónde dirijamos la mirada, tanto respecto de las diferentes áreas de la disciplina como de las tradiciones desde donde se encara el trabajo de las mismas, encontramos temas, ideas, y métodos que estaban ya presentes en el pensamiento del sabio de Könisberg.

En los asuntos relacionados con la teoría del conocimiento, en especial, la historia de su influencia más allá de las fronteras de la filosofía alemana ha sido enormemente rica. En la primera mitad del siglo XX, tanto Frege y Russell, los líderes fundadores de la filosofía analítica, como los miembros más prominentes del empirismo lógico, reconocieron la importancia de Kant en temas fundamentales como la posibilidad de los juicios sintéticos *a priori*. Frege en la geometría, Russell (aunque defendiendo una versión platónica de los objetos conocidos *a priori*) en la lógica, la inducción, y la moralidad, Carnap y Reichenbach (aunque en un sentido relativizado) en la geometría y en la física. Con posterioridad, Strawson, Bird y Bennett revalorizaron otros temas de la filosofía kantiana; a saber, el sentido de la revolución copernicana, la naturaleza de las condiciones de posibilidad de la experiencia y la tesis básica del idealismo trascendental. A estos autores debemos agregar la valiosa aportación de Allison y Guyer. En la actualidad, en tanto, una colección de autores han vuelto, a pesar del clima de escepticismo heredado por la tradición quineana y aunque por caminos diferentes, a la reconsideración de un tema fundamental de la filosofía kantiana, el cono-

cimiento *a priori*. Entre estos autores están aquellos que se centran en las cuestiones de la analiticidad o en versiones que podemos llamar, siguiendo a L. Bonjour, «cuasiempiristas» de lo *a priori*, y aquellos otros que, inspirados por las investigaciones históricas concernientes a la influencia de Kant y el kantismo sobre el empirismo lógico, se centran en la cuestión de la naturaleza de lo *a priori* constitutivo. Entre los primeros, deben mencionarse a Peacocke, Hale, Wright, Field, y el propio Bonjour; entre los segundos, a Coffa, Friedman y Richardson.

La presente investigación se inscribe dentro de esta última corriente de reconsideración del pensamiento kantiano, la que, partiendo del trabajo histórico sobre las raíces del pensamiento filosófico del empirismo lógico y de sus motivaciones, se remonta sobre ellas para encarar una cuestión capital que preocupaba a dichos filósofos; a saber, la cuestión de lo *a priori* constitutivo. Éste es el tema que deseo tratar en este libro. A diferencia de otros que, como Coffa mismo, defendieron la idea de que como resultado de la revolución en geometría ocurrida en el siglo XIX, principalmente el surgimiento de las geometrías no euclidianas y su impacto sobre la idea kantiana de intuición, la única manera de concebir la idea de *a priori* es considerándola como expresando aquellas condiciones semánticas que condicionan la significatividad de cualquier expresión dentro de un marco lingüístico, aquí defenderé que ésta no fue ni es la única manera de entender dicha noción.

La idea fundamental que deseo defender tiene un aspecto histórico y uno conceptual relacionados. Desde el punto de vista histórico, mostraré que una cierta tradición filosófica se mantuvo fiel al espíritu de la idea kantiana de constitución de la experiencia, pero que al mismo tiempo llevó a cabo una revisión crítica de dicha noción a la luz de ciertos desarrollos ocurridos en las ciencias, lo cual redundó en una creciente liberalización del contenido de lo que consideramos como principios constitutivos de la experiencia. Esta liberalización consistió en entender a dichos principios constitutivos como meramente formales, como meros principios de orden de lo dado en la experiencia. Por otro lado, desde el punto de vista conceptual, sugeriré una concepción de lo *a priori* constitutivo que se encuentra dentro de esta línea de investigación.

Considero que el aporte que pretendo realizar en este libro a la discusión sobre lo *a priori* viene a llenar un vacío en la misma

que tiene que ver con la ausencia del que, en mi opinión, es uno de los aspectos más significativos de la idea kantiana original; a saber, la idea de que sin ciertos principios conceptuales la experiencia no sería posible en absoluto. Por otro lado, la tradición que he escogido y que inspira mi propio trabajo sobre el tema tiene la virtud de haber tratado el tópico en franco diálogo con el desarrollo de las ciencias, especialmente de las matemáticas y de la física. Es decir, que sus propuestas no fueron especulativas, al menos no de la manera en que lo fue gran parte de la filosofía alemana del siglo XIX, sino que partiendo de ciertos hechos bien reconocidos intentaron explicarlos filosóficamente desde dentro de un cierto paradigma filosófico. Asimismo, su propia manera de recoger los resultados de las ciencias también resulta de particular interés, pues intentaron articular conceptos que tradicionalmente sólo aparecían de una manera oscura y ambigua, mediante las herramientas que las propias ciencias estaban ofreciendo. Creo que esto define una manera de hacer filosofía, una que mientras reclama independencia disciplinaria, se mantiene abierta a los desarrollos de nuestra manera de obtener conocimiento de primera mano.

Comenzaré mi trabajo con una evaluación del estado del arte en torno a la idea de lo *a priori* constitutivo, considerando dos posiciones fundamentales sobre el tópico; a saber, la de M. Friedman, quien sigue a Coffa en la suposición fundamental que acabo de mencionar sobre el destino de la noción de *a priori*, y la de A. Richardson, quien discrepa con Friedman y ofrece la que podríamos llamar una visión pragmática de lo *a priori*; a saber, la que defiende la idea de que lo que los principios *a priori* constituyen son las prácticas científicas. En el capítulo 2 expondré mis razones para rechazar el punto de vista histórico defendido por Coffa y asumido por Friedman. El núcleo de mi argumento consistirá en una interpretación de Kant que hace énfasis en el papel del entendimiento, específicamente en la función conceptual sintética representada por el «Yo pienso», en tanto principio fundamental de la constitución de la experiencia. Es decir, sugeriré que ya en Kant hay algo como un énfasis de lo formal frente a lo intuitivo como herramienta constitutiva. No obstante, también mostraré que su compromiso con la geometría euclidiana y la física newtoniana imposibilitaron la concreción total de aquella idea. En el capítulo 3 mostraré una primera liberalización del

contenido de lo *a priori* hacia una propuesta formal en filósofos como Helmholtz y Poincaré. Esta propuesta se encuentra restringida al problema específico del concepto de espacio, pero constituye la idea fundamental que luego será generalizada por los filósofos que analizaré a continuación. En el capítulo 4 consideraré las concepciones de Cassirer y Reichenbach, en donde madura de manera crucial la idea de un *a priori* formal constitutivo. En el capítulo 5, en tanto, trataré la que, desde mi punto de vista, es la concreción de estas preocupaciones por la articulación de un concepto de *a priori* formal y constitutivo de la experiencia; a saber, la filosofía temprana de Rudolf Carnap. Para terminar, plantearé lo que considero una línea posible de investigación sobre el tópico, la cual recibe influencia de las figuras aquí consideradas.

CAPÍTULO 1

EL ESTADO DEL ARTE. *A PRIORI* SEMÁNTICO Y PRAGMÁTICO

En su *Dynamics of reason* (2001) Friedman articula una concepción de lo *a priori* que llama «*a priori* relativizado y dinámico», la cual es deudora, en mayor o menor medida, de las concepciones de Reichenbach de los años veinte y de Carnap de 1934, la cual en opinión de Friedman sigue las pistas de la primera.[1] No obstante, consciente de los problemas formales a los cuales el propio Carnap se enfrentó al intentar caracterizar apropiadamente la distinción entre un componente racional o *a priori* y uno empírico en todo marco lingüístico, Friedman defiende una versión más informal de esta distinción inspirado en los trabajos de Thomas Kuhn. Veamos con algo de detalle cómo articula su posición.

En contra de una imagen quineana bien conocida según la cual no hay distinción, más que la que se sigue de un relativo atrincheramiento, entre los enunciados dentro de un sistema teórico, Friedman insiste en que...

> ... teorías avanzadas en física matemática, tales como la mecánica newtoniana y la teoría de la relatividad einsteiniana, deben ser vistas como consistiendo de dos partes que funcionan asi-

1. Friedman se refiere, por supuesto, al estimulante libro de Reichenbach, *La teoría de la relatividad y el conocimiento a priori*, y, como ya se ha dicho, a la *Sintaxis lógica del lenguaje* de Carnap. Tal vez deba apuntar que dichas obras coinciden en el abandono de cualquier estatus de necesidad o universalidad para el componente racional del conocimiento, pero, en mi opinión difieren precisamente en el punto en discordia aquí; a saber, mientras Reichenbach sostenía una idea de constitución típicamente kantiana en el sentido de constitución de la experiencia (lo que trataremos nosotros más adelante), Carnap ya había pasado al bando de los semanticistas. Digo que había pasado, porque su concepción anterior (al menos hasta el *Aufbau*) era típicamente kantiana.

> métricamente: una parte propiamente empírica que contiene leyes como la ley de la gravitación universal, las ecuaciones de Maxwell del electromagnetismo, o las ecuaciones de Einstein para el campo gravitacional; y una parte constitutiva *a priori* que contiene tanto los principios matemáticos relevantes usados para formular la teoría (la geometría euclidiana, la geometría del espacio-tiempo de Minkowsky, la teoría de las variedades riemannianas), y ciertos principios físicos particularmente fundamentales (las leyes newtonianas del movimiento, el principio de la luz, el principio de equivalencia) [Friedman 2001: 71].[2]

Hablar, por supuesto, de principios *a priori* en teorías sucesivas y quizás incompatibles, entraña el compromiso de que dichos principios no son universales y necesarios como lo eran para Kant, por lo que son susceptibles de ser abandonados como resultado de su incompatibilidad con la experiencia. Pero si esto es así, ¿qué nos hace llamar a tales principios «*a priori*»? De acuerdo con Friedman, debemos, siguiendo a Reichenbach y a Carnap, distinguir dos sentidos en la idea de lo *a priori*: universalidad y necesidad por un lado, y constitutivo del objeto de experiencia, por el otro. Asimismo, como Reichenbach y Carnap sugieren, debemos abandonar el primer sentido mientras retenemos el segundo. En opinión de Friedman, los cambios revolucionarios ocurridos en la ciencia después de Newton, los que han sido tan defendidos en nuestra era postquineana, antes que plantear dudas acerca de la autenticidad de hablar de principios *a priori*, evidencian con mayor fuerza su existencia.

Según Friedman, cuando decimos que los principios constitutivos son condiciones necesarias de la posibilidad de las leyes propiamente empíricas, no debemos entender «condición» en el sentido estándar donde A es una condición necesaria de B simplemente si B implica A. Antes bien, debemos entender «condición» en el sentido más fuerte de «presuposición». De acuerdo con esta idea, decir que A es una condición constitutiva de B significa que A es una condición necesaria, no simplemente de la verdad de B sino de la significatividad o el valor de verdad de B. Por ejemplo, en la física newtoniana, la ley de la gravitación universal emplea un concepto, la aceleración absoluta, que no tiene significado o aplicación empírica a menos que las leyes del mo-

2. Todas las citas de textos originales en inglés y en otras lenguas son traducciones mías.

vimiento se sostengan. Es decir, que si no suponemos la verdad de las leyes del movimiento, la cuestión de si la ley de gravitación es empíricamente verdadera no podría ni siquiera plantearse.

Ahora bien, Friedman complementa sus observaciones sobre los componentes *a priori* de la teoría física con afirmaciones acerca del modo en que dichos principios cambian a lo largo de la historia. Para ello se hace eco de varias de las ideas de Thomas Kuhn, aunque evita tanto las llamadas consecuencias irracionalistas de *La estructura* como la propia solución posterior de Kuhn al respecto. Para ello apela a la idea de un ideal regulativo concebido como una comunidad de investigación final que ha logrado una racionalidad comunicativa transhistórica y universal, sobre la base de principios constitutivos obtenidos en el límite ideal de la investigación científica. Y como es claro, esta concepción proviene de la idea de Habermas según la cual:

> Este concepto de racionalidad comunicativa tiene connotaciones que en ultimo término apelan a la experiencia crucial de una unificación no-coercitiva, el consenso que genera el poder del discurso argumentativo, en el cual diferentes participantes superan sus puntos de vista inicialmente subjetivos y, gracias a la comunidad de convicciones racionalmente motivadas, se aseguran simultáneamente la unidad del mundo objetivo y la intersubjetividad de su contexto de vida [citado en Friedman 2001: 54].

Alan Richardson[3] ha resaltado este aspecto del pensamiento de Friedman, y lo usa, en su opinión, para desarrollar una idea más clara y profunda de lo que queremos decir cuando hablamos de un *a priori* constitutivo de la experiencia. En efecto, de acuerdo con Richardson, la comunidad ideal de investigación a la cual apela Friedman para evitar los problemas de intertraducibilidad entre marcos lingüísticos alternativos no soluciona dichos problemas. Si Newton no puede entender el lenguaje de Einstein, esto no se rectifica introduciendo un tercer lenguaje ideal que ninguno de ellos puede entender. En suma, la idea *peirceana* del límite ideal no soluciona problemas de índole semántica. Pero entonces, pregunta Richardson: ¿qué problemas resuelve? En su opinión, tanto Friedman como Habermas apuntan no a un problema de irracionalidad en tanto que carencia de significatividad, sino a un problema de

3. Richardson (2002).

irracionalidad como coerción. Lo que el límite ideal de la historia de la investigación provee es aquello a lo que no puede llegarse en ningún estadio particular de la historia de la investigación misma. En cualquier momento de la historia de la ciencia, la teoría vigente es coercitiva con respecto al pasado, esto es, esta teoría explica su continuidad con la teoría anterior pero también su progreso respecto de ella desde su propio punto de vista y por medio de un lenguaje que los científicos anteriores no serían capaces ni de entender ni mucho menos de admitir. El límite ideal introduce no la posibilidad de intertraducción sino la posibilidad de una simetría argumentativa, esto es, la situación hipotética en la cual las diversas comunidades han abandonado sus propios lenguajes y modos de comprender el mundo, algo afín a la idea expresada por Habermas en la cita consignada anteriormente.

Lo que según Richardson resulta de importancia en la solución de Friedman al relativismo no es tanto la solución misma, sino lo que ella revela del problema que intenta solucionar, a saber, que el problema de la incompatibilidad o si se quiere de la inconmensurabilidad entre diferentes teorías no es un problema meramente semántico.

De acuerdo con Richardson, a pesar de que Kuhn mismo dejara conducir el problema de la inconmensurabilidad al terreno semántico, sus primeras consideraciones sobre dicho asunto no lo enfocaban como un problema de tal índole. Richardson cita el siguiente pasaje de Kuhn:

> Los paradigmas difieren más que en la sustancia, porque ellos están dirigidos no sólo a la naturaleza sino también a la ciencia que los produjo... como resultado, la recepción de un nuevo paradigma necesita a menudo una redefinición de la ciencia correspondiente. Algunos viejos problemas pueden ser relegados a otra ciencia o declarados completamente «no-científicos». Otros que no existían o eran triviales pueden, con un nuevo paradigma, volverse los arquetipos mismos de resultados significativos. Y como los problemas cambian, así, a menudo lo hacen los estándares que distinguen una solución científica real de una mera especulación metafísica, un juego de palabras, o un juego matemático. La tradición científica normal que emerge de una revolución no es sólo incompatible sino a menudo actualmente inconmensurable con la que ha habido antes [citado en Richardson 2002: 264].

En este pasaje, según Richardson, la noción de inconmensurabilidad no está relacionada con la diferencia semántica que existe entre dos paradigmas sino con las tradiciones prácticas que dichos paradigmas inducen. Los participantes en dos paradigmas diferentes no meramente «creen» cosas diferentes sino que «viven» o «trabajan» en mundos diferentes. Así, por ejemplo, el problema no consiste en que un newtoniano no pueda *entender* a un einsteiniano, sino que un newtoniano no puede *ser* un einsteiniano. Ser un tipo de persona implica muchas cosas más que poseer un conjunto de afirmaciones significativas, implica una serie completa de compromisos, disposiciones y valores. Por eso, continúa Richardson, el término psicoanalítico «crisis» es tan apropiado para describir un cambio de paradigma, pues *uno no puede perder el mundo en el que actúa sin perderse a sí mismo*. De esta manera, Richardson articula una concepción de lo que significa ser «constitutivo» de la experiencia que descansa en la noción de «práctica»,[4] noción que si bien Richardson reconoce en el pensamiento de Kuhn, puede rastrearse hasta pensadores pragmatistas como C.I. Lewis, J. Dewey y M. Cohen.

En la perspectiva de Richardson, al igual que en los pragmatistas, esta admisión del concepto de práctica no lo conduce a la visión ahora corriente que separa tajantemente las tradiciones teórica y experimental. Antes bien, su idea se corresponde con la concepción tradicional que señala que el papel epistemológico de las tradiciones experimentales se reduce al descubrimiento de hechos que sirven para la contrastación de teorías. Así, una teoría, paradigma o como quiera llamársele, introduce un conjunto de principios acerca de cómo es el mundo y con ello el contenido de las prácticas mediante las cuales nos hacemos accesibles esas relaciones. Esto es, la ciencia propone visiones del mundo mediante las cuales intenta hacer predicciones acerca de los acontecimientos, y por ende también abre el espacio de lo que cuenta como una prueba para sus predicciones.

Hasta aquí la reconstrucción del modo en que Richardson intenta mejorar y profundizar la concepción de Friedman de lo *a priori* constitutivo. De mi parte me gustaría agregar que estoy

4. Richardson advierte que el sentido de «práctica» presente en la filosofía de Kuhn no puede identificarse con la riqueza que el término ha adquirido en nuestros días, pero esto no significa cometer un anacronismo al usar dicho término para hablar de la idea de Kuhn.

de acuerdo con Richardson en que la noción presentada por Friedman necesita cierto cambio de orientación. Articular la noción de principio constitutivo sobre la de presuposición me parece insatisfactorio en la medida en que parece continuar haciendo énfasis en los aspectos meramente semánticos de la noción de constitución, dejando de lado los aspectos constitutivos de la experiencia. Sin embargo, la propia posición de Richardson adolece de un fallo fundamental; a saber, no trata ni explícita ni implícitamente la cuestión acerca de la interacción entre el cuerpo teorético y las prácticas. Esto es, no ofrece elucidación alguna de los procesos mediante los cuales la parte teórica de un paradigma, teoría o marco lingüístico se imbrica en las prácticas de manera de dotarlas de la inteligibilidad que las caracteriza.

En mi opinión, esta elucidación podría verse como un caso especial de la elucidación acerca de la naturaleza de la experiencia en general y de su constitución. En la parte final de este trabajo se ofrecerá un esbozo de lo que podría ser dicha elucidación.

CAPÍTULO 2

UNIDAD SINTÉTICA Y *A PRIORI* CONSTITUTIVO EN KANT

Como he dicho más arriba, Friedman modela su noción de *a priori* constitutivo sobre la base de la idea de presuposición. En su *Dynamics* (2001) así lo expresa: «Decir que A es una condición constitutiva de B significa que A es una condición necesaria, no simplemente de la verdad de B, sino de la significatividad o de la posesión de un valor de verdad de B» (Friedman 2001: 74). Asimismo, esta manera de concebir la idea de *a priori* constitutivo fue la piedra angular de la interpretación que Coffa propuso del desarrollo histórico de dicha noción. En su opinión, los desarrollos ocurridos en la geometría del siglo XIX, específicamente el descubrimiento de las geometrías no-euclidianas, condujeron a que sólo podamos hablar de *a priori* constitutivo bajo esta idea de presuposición semántica. Aún más, Coffa rechaza cualquier posibilidad de que se entienda esa idea de constitución como significando constitución de la experiencia. Así lo expresa respecto al pensamiento de Poincaré: «Habiéndose liberado de las mayoría de las viejas confusiones semánticas, Poincaré entendió que lo que los axiomas de la geometría constituyen no es la experiencia o sus objetos, como algunos neo-kantianos esperaban, sino sólo los conceptos en términos de los cuales pensamos acerca de la experiencia, nuestro marco conceptual, si se quiere» (Coffa 1982: 38-39).

Como es explícito en la cita, Coffa señala que los filósofos post-kantianos que, como Poincaré, habían sido receptivos a los descubrimientos de las geometrías no-euclidianas, se vieron encaminados directamente a concebir los principios *a priori* meramente como condiciones de significatividad de todo término

perteneciente a un lenguaje, esto es, como definiciones. En su opinión, lo que el surgimiento de las geometrías no-euclidianas había enseñado a dichos filósofos era que debían sospechar de la supuesta fuente de necesidad que Kant había reclamado para la geometría euclidiana; a saber, la intuición. Si, de acuerdo con Kant, la necesidad de la geometría euclidiana se fundaba en la íntima relación que existía entre sus axiomas y la estructura de la forma de nuestra sensibilidad, entonces la posibilidad de concebir nuevas geometrías, al menos, debería conducir a dudar de tal relación. No obstante, hay un aspecto aún más importante al que debemos atender. Para Kant, el que la forma de la intuición espacial contuviera los axiomas de la geometría euclidiana aseguraba también la aplicación de los mismos a la experiencia, pues no debemos olvidar que según Kant la intuición es el modo mediante el cual nos relacionamos de un modo inmediato con objetos. Así lo expresa claramente en un pasaje de los *Prolegómenos*: «La sensibilidad, cuya forma constituye el fundamento de la Geometría, es aquello sobre lo cual se cimenta la posibilidad de los fenómenos exteriores; éstos, pues, no pueden contener jamás algo distinto de lo que la Geometría les prescribe» (Kant 1784/1984: 45). Por lo tanto, concluye Coffa, si la geometría euclidiana no es la única posible, esto significa que sus estructuras no están determinadas *a priori* como forma de la sensibilidad, y es más, que no hay tal cosa como la forma de la sensibilidad determinada *a priori*. Y conjuntamente con esto también perdemos toda idea de constitución de la experiencia.

En mi opinión, existe un aspecto precipitado en el argumento de Coffa acerca del abandono de la intuición y con ella cualquier idea de constitución de la experiencia. No me parece que se siga con tanta naturalidad, como Coffa parece pretender, que una vez que descubrimos que hay más geometrías que la euclidiana, abandonemos la idea de intuición. De hecho, históricamente es falso que los filósofos hayan pensado de esta manera. Como intentaré mostrar, hubo un cierto número de pensadores que se dieron a la tarea no de rechazar el supuesto kantiano de intuición y de constitución de la experiencia, sino de flexibilizar el contenido de lo que opera constitutivamente. La comprensión de este hecho fundamental es vital para entender el destino de la noción de *a priori*, pues es aquí donde nos movemos desde la idea de un *a priori* sintético, con cierto contenido, a un *a priori* meramente formal.

Por otro lado, está en discusión si en la filosofía kantiana la intuición juega el papel fundamental que Coffa parece otorgarle. En mi opinión, puede verse a la intuición como un momento diferente de la única y básica función conceptual sintetizadora asentada en el entendimiento.

En lo que queda de este capítulo, me dedicaré a ensayar esta interpretación de la epistemología kantiana. La conclusión fundamental que quiero extraer de ella es que si bien Kant ya tenía en mente algo semejante a la idea de *a priori* formal que quiero sugerir, su compromiso con la geometría euclidiana y la física newtoniana hizo que incorporara un contenido específico a sus principios que hiciera justicia a esa visión del mundo particular.[1]

El sentido de lo *a priori* en la epistemología kantiana

Como es bien sabido, enfrentado con el problema clásico de si nuestras representaciones son innatas (Leibniz) o adquiridas (Hume), Kant reformuló el problema de una forma completamente nueva: «No hay duda alguna de que todo nuestro conocimiento comienza con la experiencia... Pero, aunque todo nuestro conocimiento empiece *con* la experiencia, no por eso procede todo él *de* la experiencia» (B2).[2] En estas palabras, el término «experiencia» aparece como un enigma, enigma en cuya solución consiste el contenido de la filosofía kantiana. En el párrafo inmediato a éste, Kant adelanta, aunque bajo la forma de una suposición («En efecto, podría ocurrir que...» [*ibíd.*]), cuál será su respuesta acerca del enigma encerrado en el concepto de experiencia: la idea consiste en entender la experiencia no a la manera empirista, como la suma de impresiones sensoriales recibidas en una conciencia, sino como aquello que surge de la colaboración entre las impresiones recibidas y «lo que nuestra propia facultad de conocer produce a partir de sí misma» (*ibíd.*).

---

1. Como quedará de manifiesto en nuestra exposición de los autores que modificarán este punto de vista, esto no significa que se abra para los mismos un camino al relativismo. La idea será más bien elegir principios cuyo contenido sea compatible con diferentes especificaciones.

2. Todas las citas de la *Crítica de la razón pura* se harán de acuerdo a la notación de A y B, ya se trate de la 1.ª o la 2.ª ed., y se harán de la traducción de Pedro Ribas editada por Alfaguara (1978).

De este modo, la tarea de la filosofía crítica es una investigación de los elementos *a priori* de la experiencia.

Mi propósito en este capítulo es elucidar las líneas fundamentales de la concepción kantiana sobre los elementos *a priori* del conocimiento. La interpretación que defenderé, como ya he anunciado en la introducción, consiste en enfatizar el papel de la unidad sintética de apercepción como principio constitutivo fundamental. Sin embargo, también intentaré mostrar que la misma se resuelve en dos momentos fundamentales, la síntesis de la sensibilidad y la síntesis del entendimiento, las cuales constituyen un mundo de características particulares; a saber, un mundo de estructura euclidiana y newtoniana.[3] Procederé, entonces, en esta dirección, comenzaré con un análisis de las condiciones constitutivas expresadas en el principio de la unidad sintética de apercepción, y luego mostraré su relación con la intuición pura y el entendimiento, siendo el resultado la constitución de un mundo de estructura particular.

La unidad sintética de apercepción como principio constitutivo fundamental

Desde el punto de vista de Kant, el conocimiento se constituye fundamentalmente a través de juicios. En la *Lógica* define el juicio de la siguiente manera: «Un juicio es la representación de la unidad de la conciencia de diversas representaciones, o la representación de su relación en la medida en que ellas constituyen un concepto» (Kant 1800/1988: 106). La clave para entender la noción de juicio que aquí se expresa es la idea de «unidad de la conciencia» o, como Kant la llama en la *CRP*, la «síntesis». Ésta consiste, en sus palabras: «en el acto de reunir diferentes repre-

3. A pesar de que esto pueda parecer más o menos obvio al lector informado, ha habido entre los exegetas y comentaristas de la obra de Kant una profunda controversia acerca de si, en efecto, Kant estuvo comprometido con la física de Newton. Gerd Buchdahl, por ejemplo, sostuvo enfáticamente que el filósofo de Königsberg no estaba comprometido con alguna física en particular, sobre la base de que las categorías dinámicas, base de los principios del entendimiento, son declaradas por Kant como meramente regulativas, delineando sólo la forma general de la ciencia natural pura, dejando indeterminada su realización empírica actual. Gordon Brittain, por su parte, a través de su interpretación *realista o material* abre la puerta a la idea de que todas las proposiciones de la física de Newton pudieran ser falsas. Para más detalles sobre esta discusión, véase Buchdahl (1969) y Brittain (1978).

sentaciones y de entender su variedad en un único conocimiento» (A77-B103). Es decir, la facultad de recorrer una variedad dada subsumiéndola bajo una única regla. A esta facultad la llama Kant un juicio.

¿Qué clases de juicios distingue Kant? Analíticos y sintéticos. Los primeros son aquellos en los cuales la síntesis entre sujeto y predicado se obtiene a través del análisis del concepto del sujeto. Por ello, la forma lógica de dichos enunciados será la identidad, pues el contenido del predicado nunca rebasa el contenido del concepto del sujeto. Como afirmará más tarde (en la sección sobre *El principio supremo de todos los juicios analíticos* en A150-B190), el principio que rige la formación de los juicios analíticos es el principio de no-contradicción, pues éste conduce a la afirmación del contenido del concepto del sujeto, es decir, dicho principio nos conmina a no colocar como predicado del juicio algo que contradiga el concepto del sujeto.

En cuanto a los juicios sintéticos, los cuales Kant también llama «extensivos», la clave se encuentra precisamente en el hecho de que el predicado de dichos juicios *agrega* ciertas determinaciones al concepto del sujeto que no es posible encontrar en éste mediante análisis conceptual. Aquí se da una composición genuina, una síntesis entre elementos heterogéneos. Es por ello que Kant concede primacía a los juicios sintéticos sobre los analíticos, pues en su opinión en aquéllos hay una ampliación genuina del conocimiento, y por ende constituyen «el objetivo final de nuestro conocimiento especulativo *a priori*» (B14). Miremos, entonces, hacia los juicios sintéticos, y veamos cuáles son las condiciones *a priori* que participan en su producción.

En la sección respectiva sobre *El principio supremo de todos los juicios sintéticos* (A154-B194) dice Kant: «[...] el principio supremo de todos los juicios sintéticos consiste en que todo objeto se halla sometido a las condiciones necesarias de la unidad que sintetiza en una experiencia posible lo diverso de la intuición» (A158-B197). Es decir, que cualquier objeto que consideremos ha de ser subsumido bajo un concepto, es decir, ha de ser considerado como miembro de una serie ordenada de acuerdo con una regla. ¿Dónde debemos buscar, de acuerdo con Kant, la clave de esta regla de unidad, y con ella la posibilidad de los juicios sintéticos? A esto responde: «Es, pues, en el sentido interno, en la imaginación y en la apercepción donde hay que buscar la posibilidad de juicios sintéticos» (A155-B194).

De acuerdo con Kant, la conjunción de las representaciones, aquello que llamaremos propiamente un objeto, no puede venir ya dada a través de la sensibilidad, ni tampoco es obra de la forma pura de ésta, esto es, ni espacio ni tiempo proveen de dicha conjunción, sino que obedece a un principio del entendimiento, «es un acto de la espontaneidad de la facultad de representar» (B130). Esta conjunción, que puede ser pura o empírica, sensible o intelectual, lleva, en la terminología kantiana, el nombre de *síntesis* (B130). Asimismo, al complejo constituido por la idea de una diversidad sometida a una función de reunión sintética lo llama Kant «combinación». Pero esta *combinación* posee un elemento más que la distingue de una mera síntesis, es el concepto de unidad. Dice Kant: «Combinar quiere decir representarse la unidad *sintética* de lo diverso» (B131), es decir, que *combinar* no es meramente sintetizar un conjunto de notas de una manera aleatoria, *combinar* es reunir sintéticamente cierta diversidad pero acompañada de una unidad en la síntesis. En todos los juicios en los que se sintetizan ciertos elementos según conceptos existe una combinación en sentido estricto, pues la síntesis que allí opera es una síntesis acompañada de unidad.

Ahora bien, ¿en qué consiste dicha unidad? Consiste en que en cada acto de percepción reconozco a las representaciones que acuden a mi conciencia como *mis* representaciones, esto es, las refiero a una conciencia básica que las unifica y las conecta. Esta conciencia, el «Yo pienso», posibilita no sólo la síntesis de la variedad de intuiciones que constituyen cada experiencia perceptiva, sino también la unidad de esas experiencias de modo de constituir un conjunto unitario que reconozco como algo que me pertenece. Para ponerlo en otros términos, el «Yo pienso» es un principio formal[4] sintético originario responsable no sólo de la constitución de nuestras experiencias perceptivas individuales, sino de la conjunción de las mismas en una totalidad ordenada, estable y consistente, es decir, es el principio responsable de la objetividad de nues-

4. Al referirme al «Yo pienso» como principio *formal*, me hago eco de la propia distinción kantiana entre apercepción pura u originaria y empírica, dado que Kant define a la primera como aquella que debe poder acompañar a toda representación pero que no puede estar acompañada por ninguna otra representación. Asimismo, es de fundamental importancia en este sentido la afirmación de Kant respecto a que dado que nuestro entendimiento no es productor de su propio contenido, se sigue su naturaleza típicamente sintetizadora (B136).

tra visión del mundo. Como dice Kant: «Como dada *a priori*, la unidad sintética de lo diverso de las intuiciones constituye, pues, el fundamento de la identidad de la misma apercepción que precede *a priori* a todo *mi* pensamiento determinado» (B134).

Es esta facultad fundamental de enlace de las representaciones la que posibilita la construcción de juicios sintéticos y, por ende, la construcción de conocimientos. Conocer es, desde el punto de vista de Kant, construir un objeto mediante la reunión sintética de caracteres e introducirlo dentro de una totalidad consistente. Kant ejemplifica el punto con un caso extraído de la geometría:

> Para conocer algo en el espacio, una línea, por ejemplo, hay que trazarla y, por consiguiente, efectuar sintéticamente una determinada combinación de la variedad dada, de forma que la unidad de este acto es, a la vez, la unidad de conciencia (en el concepto de línea), y es a través de ella como se conoce un objeto (un espacio determinado) [B138].

Pero analicemos el otro componente importante que Kant menciona como clave de la construcción de juicios sintéticos; a saber, la imaginación.

En la sección titulada *La aplicación de las categorías a los objetos de los sentidos en general* de la 2.ª ed., Kant distingue entre síntesis intelectual y síntesis figurativa. La primera es la que se refiere a la unidad de los objetos de la intuición en general en relación con la unidad de apercepción. La segunda, en tanto, se refiere a la aplicación de la misma unidad de apercepción, y con ello de las categorías, pero concretamente a la diversidad de la intuición sensible *a priori*. Esta síntesis es, en sus palabras: «la condición a la que necesariamente han de someterse todos los objetos de nuestra intuición» (B151). Kant llama a esta síntesis «síntesis trascendental de la imaginación».

Uno se pregunta de inmediato qué tiene que ver la imaginación en este punto, y Kant argumenta de una manera bastante oscura como para extraer una idea clara al respecto. Tal vez podríamos primero intentar hacernos una idea del proceso de síntesis que Kant está concibiendo y luego ver por qué la imaginación tiene un papel importante en él. Para ello consideraré un caso especial de síntesis constructiva, el caso de la construcción de objetos geométricos.

En las *Observaciones generales sobre la estética trascendental*, Kant se pregunta acerca de las proposiciones de la geometría: «¿de dónde sacamos semejantes proposiciones y en qué se apoya nuestro entendimiento para llegar a tales verdades absolutamente necesarias y universalmente válidas?» (B64-A47). Y la respuesta es que un conocimiento de ese tipo sólo podría obtenerse de dos fuentes; a saber, intuiciones o conceptos. Dado que ambos están dados *a priori* o *a posteriori*, debemos considerar cada una de estas opciones. Es claro que, si como Kant parece creer (y nadie en el siglo XVIII creería lo contrario), la geometría es una disciplina constituida por verdades universales y necesarias, no podría derivar sus proposiciones de conceptos empíricos y de sus intuiciones correspondientes, pues dicha cosa convertiría a la geometría en una disciplina irremediablemente empírica. Sólo quedan las opciones de que el conocimiento geométrico se derive o bien de conceptos puros o bien de intuiciones *a priori*. Lo primero es desechado apelando a la definición de analiticidad y a la imposibilidad de explicar un juicio de la geometría en base a dicha idea. Entonces, la única opción que queda es considerar que las proposiciones de la geometría se derivan de intuiciones puras. Pero aquí Kant plantea una distinción, dice: «Pero, ¿de qué clase de intuición pura se trata: *a priori* o empírica?» (A48-B65). En mi opinión, una intuición pura empírica sería una representación inmediata de un momento particular del tiempo o un espacio particular no actual, por ejemplo, la representación que puedo tener en el momento en que escribo este trabajo del aula de la universidad donde imparto un curso sobre la *Crítica de la razón pura*. Se trata de una representación independiente de la experiencia del caso, pero no independiente de toda experiencia. Y es posible por la intervención de la facultad de imaginación, aunque de una imaginación puramente reproductiva.[5] Asimismo, se trataría de una representación que no es universalmente válida, sino de una que tiene una validez puramente subjetiva.

Por otro lado, una intuición pura *a priori* sería una representación que surge como una necesidad de la forma pura de la sensibilidad, independiente de los caracteres sensibles pasados o actuales, pero no completamente independiente de toda clase

5. Según Kant, la imaginación reproductiva es una facultad psicológica de asociación empírica de las representaciones. Véase B153.

de representación sensible. No olvidemos que para Kant la geometría, y en general todo el conocimiento matemático, es conocimiento por *construcción* de conceptos, esto es, un conocimiento en el cual es imprescindible presentar la intuición *a priori* correspondiente al concepto. Se trata, según Kant, de una representación que, en tanto intuición, es una representación de un objeto singular; sin embargo, en la medida en que se construye allí un concepto dicha representación tiene que expresar las propiedades comunes a dicha clase de representaciones, es decir, debe tener validez universal. En A714-B742 dice: «Construyo, por ejemplo, un triángulo representando, sea el objeto correspondiente a este concepto por medio de la simple imaginación, en la intuición pura, sea, de acuerdo con ésta, sobre el papel, en la intuición empírica, pero en ambos casos completamente *a priori*, sin tomar el modelo de la experiencia». La imaginación, encargada de la construcción misma, procede no de una manera meramente reproductiva, sino esencialmente productiva, pues como el propio Kant afirma no *toma el modelo de la experiencia*, es decir, hace abstracción de las circunstancias específicamente sensibles que constituyen una figura geométrica concreta (por ejemplo, la magnitud de sus lados y ángulos), destacando las propiedades universales que la representación particular está instando. Para ponerlo en otros términos, las figuras geométricas construidas en la intuición pura constituyen representaciones de las propiedades invariantes que caracterizan a dicha clase de figuras.[6]

Volvamos ahora a la síntesis figurativa. En ésta, la imaginación es la única que puede suministrar *a priori* la variedad sensible en orden a que el entendimiento, a través de la unidad sintética de la apercepción, lleve a cabo la síntesis de la misma regida por las categorías. No obstante, según Kant, es la imaginación misma la que produce la síntesis, aunque regida por las categorías, y esto se justifica porque aquí estamos tratando de la aplicación de las categorías a la sensibilidad, no de la síntesis meramente pensada en la categoría (síntesis intelectual). Y nuevamente el caso de la geometría nos ilustra el punto: «En esta síntesis sucesiva de la imaginación productiva se basan, para producir las figu-

6. En Peláez (2008) trato explícitamente la cuestión acerca del tipo de representaciones que Kant está considerando en relación con la geometría.

ras, las matemáticas de la extensión (geometría) con sus axiomas» (B204). La imaginación productiva, aquella que no sigue *el modelo de la experiencia*, no sólo es capaz de presentar *a priori* las intuiciones correspondientes, sino que *construye* los objetos del conocimiento según una regla dictada por el entendimiento. Esos objetos construidos por la imaginación determinada por el entendimiento constituyen los objetos genuinos de referencia de los conceptos. Las representaciones particulares, las cuales «no coinciden plenamente con el concepto» (*ibíd.*: B181), no son los objetos que caen bajo éstos. Los objetos genuinos, representados por los esquemas, contienen ya la regla universal encerrada en el concepto, el cual descubre las propiedades invariantes a través del flujo de las representaciones particulares.

Ahora bien, en lo anterior he intentado mostrar que la función fundamental constitutiva *a priori* que determina la construcción de juicios sintéticos, juicios con un genuino contenido cognoscitivo, es una función formal de síntesis de la variedad recibida en la sensibilidad. No obstante, al tratar de elucidar la naturaleza de esta función, y al introducir facultades intermediarias como la imaginación, mencioné al pasar varias veces que, si bien la imaginación construye los objetos de conocimiento, lo hace dominada por la originaria unidad sintética de apercepción, la cual constituye una función del entendimiento que se rige por las categorías. Es decir, los objetos del conocimiento no surgen como síntesis aleatorias de la diversidad sensible, sino como síntesis reguladas por conceptos bien definidos, lo cual nos arroja un mundo de una estructura peculiar. En la siguiente sección examinaré cuál es la peculiaridad del mundo que constituimos *a priori*.

Principios *a priori* y leyes de la naturaleza

Como hemos visto antes, todos los juicios sintéticos, sean éstos *a priori* o *a posteriori*, surgen de un acto de construcción en el cual participan ciertas facultades *a priori* de la mente humana. Asimismo, esas facultades operan reguladas por ciertas funciones también consideradas *a priori* por Kant. A ellas las llama conceptos puros del entendimiento o categorías. En virtud de su carácter abstracto, al constituir meras funciones lógicas de sín-

tesis en el juicio, las categorías, como cualquier otro concepto, no pueden ser aplicadas directamente al ámbito de la experiencia, sino que requieren ser esquematizadas vía la imaginación para que esa aplicación sea posible. Veamos someramente cuáles son esos esquemas.

Para el primer grupo de categorías, las de cantidad, Kant encuentra que el esquema puro es el número, o sea, la adición sucesiva de unidades homogéneas en el tiempo. Para el grupo de las categorías de la cualidad el esquema de «realidad» será la presencia de la sensación de la cualidad sensible en el tiempo; el de la «negación» la ausencia de dicha sensación en el tiempo, o sensación = 0; para la categoría de la limitación el esquema será el grado de presencia de la sensación de la cualidad en el tiempo. Para las de la relación, el esquema de la sustancia es la permanencia de lo real en el tiempo; lo que permanece mientras que todo lo demás cambia. La categoría de causa y efecto tendrá como esquema la sucesión temporal de lo múltiple según una regla. El esquema para la acción recíproca será la interacción en el tiempo de sustancias diferentes de acuerdo con una regla. Por último, en las categorías de la modalidad, el esquema de la posibilidad es la determinación de algo posible en relación con el tiempo. El esquema de la realidad es la existencia en un tiempo determinado y el de la necesidad el de la existencia en todo tiempo.

De este modo, las categorías determinadas o restringidas por las condiciones de la sensibilidad en general, es decir, esquematizadas, se han vuelto aptas para su uso en juicios sintéticos. La exposición sistemática y exhaustiva de los juicios sintéticos que el entendimiento produce *a priori* por medio de las categorías esquematizadas completará el sistema de la metafísica de la naturaleza. Dado que mi interés consiste en mostrar que desde el punto de vista de Kant estamos restringidos *a priori* a un mundo de estructura euclidiana y newtoniana, no voy a detenerme con detalle en la elucidación de todo el sistema de principios metafísicos de la naturaleza, sólo voy a hacer algunas observaciones breves sobre los axiomas de la intuición, las anticipaciones de la percepción y los postulados del pensamiento empírico, para entonces detenerme con más detalle en las analogías de la experiencia.

El principio de los axiomas de la intuición es que todas las intuiciones son magnitudes extensivas. Todos los fenómenos son percibidos en el espacio y en el tiempo. Además, el dato sensible

es múltiple. El único modo en que podemos aprehenderlo es mediante una síntesis que produce representaciones en un espacio y un tiempo determinados, o sea, mediante la unión de partes homogéneas y la conciencia de esa unión. En la medida en que la conciencia de la multiplicidad homogénea dada en la intuición en general hace posible la representación de un objeto, constituye el concepto de magnitud. No podemos representarnos una recta sin representárnosla como recorrida o trazada punto a punto; ni un lapso, sin representárnoslo como una sucesión de instantes o intervalos de tiempo menores; ni, en general, ningún fenómeno sin considerarlo como un agregado de partes previamente dadas. Y precisamente esto son las magnitudes extensivas: son aquellas magnitudes en las cuales la representación de las partes hace posible la representación del todo.

La misma síntesis sucesiva de la imaginación productiva que hace posible las representaciones del espacio y el tiempo y que da fundamento *a priori* a la geometría es la que hace posible *a priori* la representación de la forma de la intuición empírica como magnitud extensiva. Así, por ejemplo, siendo universalmente cierto en la geometría que la menor distancia entre dos puntos es una recta, será también universalmente cierto cuando se afirme de dos puntos de un objeto cualquiera de la intuición empírica. Este «principio trascendental de las matemáticas de los fenómenos», a la vez que fundamenta la posibilidad de la matemática pura, garantiza la aplicabilidad de la matemática a los objetos de la experiencia. Con este principio nuestro entendimiento atrapa el mundo fenoménico en una red de relaciones formales.

En relación con las anticipaciones de la percepción, el principio es que en todos los fenómenos lo real que sea un objeto de la sensación posee magnitud intensiva, es decir, grado. Por encima de esa conciencia formal y pura de lo múltiple en el espacio y en el tiempo, para la cual la realidad no es más que un conjunto de relaciones métricas y geométricas, un entretejido de estructuras transparentes, está la conciencia empírica, o sea, la conciencia con sensación; y a esto llama Kant «percepción». Con la percepción se nos da la materia relativa a algún objeto en general, lo real de la sensación, pero como mera representación subjetiva, como mera conciencia de la afección de un sujeto.

Existe, sin embargo, la posibilidad de una modificación gradual de esa conciencia empírica hacia su contenido formal y puro.

La sensación es ciertamente subjetiva; sin embargo, existe la posibilidad de una síntesis de la que resulte la magnitud de la sensación, como generándose y aumentando a partir del grado cero de sensación. Esa magnitud no será extensiva, pues la sensación no es representación objetiva en el espacio y en el tiempo, sino intensiva, o sea «un grado de influencia sobre el sentido».

«Llamo *magnitud intensiva* a aquella que únicamente aprehendemos como unidad y en la que sólo podemos representar la multiplicidad por aproximación a la negación = 0» (A168-B210). Las magnitudes intensivas surgen, no como las magnitudes extensivas a partir de una suma de unidades, no a partir de una síntesis sucesiva, sino por una síntesis que genera la magnitud, gradual y continuamente en la intuición pura, desde cero. Entre la realidad percibida y la ausencia total de influjo sobre el sentido hay, según Kant, un continuo de sensaciones intermedias.

Pasemos ahora a las analogías de la experiencia. El principio es que «*todos los fenómenos se hallan sometidos a priori, en lo que a su existencia se refiere, a las reglas que determinan su relación mutua en un tiempo dado*» (según A177). O en la segunda versión: «*La experiencia sólo es posible mediante la representación de una necesaria conexión de las percepciones*» (B218).

La experiencia —nos dice Kant— es un conocimiento que determina un objeto mediante percepciones y consiste de una síntesis, no la contenida en la percepción, sino la que contiene a la unidad sintética de la diversidad de la percepción en una conciencia. Sin esta unidad no hay en absoluto conocimiento de objetos de los sentidos y, consiguientemente, tampoco hay experiencia. Esta síntesis de percepciones ocurre en el tiempo, pues el tiempo es la forma necesaria del sentido interno que acompaña a todo acto de conciencia. Para que haya conocimiento de objetos, es decir, experiencia, la relación entre las percepciones debe ser representada en el tiempo de acuerdo con el objeto y no según la arbitrariedad de las conexiones subjetivas. Las analogías de la experiencia son los principios puros *a priori* de la determinación de la existencia según los tres modos del tiempo: duración, sucesión y simultaneidad, y en acuerdo con las tres categorías de la relación.

Kant llama a estos principios «analogías» por semejanza con el uso que la palabra «analogía» tiene en matemáticas, a saber: proporción. En la matemática, conocidos tres miembros de una

proporción se puede conocer el cuarto; en la filosofía, por medio de la relación ahora cualitativa y no cuantitativa, dados tres miembros de la relación entre los dos primeros puedo establecer *a priori* la del tercero con el cuarto, aunque no conozca a este cuarto miembro de manera directa. Es decir, que de la analogía no surgirá el modo en que se produce la percepción en tanto que intuición empírica, sino que proporcionará solamente la regla según la cual, a partir de las percepciones, surge la unidad de la experiencia; no nos proporcionará la percepción misma sino una regla para encontrarla en la experiencia.

Puesto que cada uno de estos tres principios será principio sólo del uso empírico del entendimiento (y no del uso trascendental), único uso en el que tienen validez y significación, no habrán de ponerse los fenómenos bajo las categorías puras sino bajo las restringidas por la determinación del tiempo, es decir, bajo sus esquemas. Entonces, sobre la base de los esquemas de la categoría de relación, serán formulados los tres principios en que se divide la analogía como recordatorio de ese uso empírico del principio.

Examinemos con algo de detalle el contenido de cada una de esas analogías de la experiencia. La primera analogía es el *Principio de la permanencia de la sustancia* y Kant lo enuncia de la siguiente manera: «Todos los fenómenos contienen lo permanente (sustancia) como el objeto mismo y lo mudable como mera determinación suya, es decir, como un modo según el cual existe el objeto» (A182) o en su segunda versión: «En todo cambio de los fenómenos permanece la sustancia, y el *quantum* de la misma no aumenta ni disminuye en la naturaleza» (B224).

Todos los fenómenos se dan en el tiempo, y sólo en el tiempo podemos representarnos la simultaneidad y la sucesión. Si Kant dice explícitamente en el capítulo sobre el *Esquematismo* que: «No es el tiempo el que pasa, sino que es la existencia de lo transitorio lo que pasa en él» (A144), ¿cómo podremos, determinar el orden de ese paso de modo objetivo y ubicarlo en el tiempo? Si el tiempo pudiera percibirse por sí mismo y cada instante fuese distinguible e identificable podríamos hacer las marcas sobre el tiempo mismo y ordenar los fenómenos objetivamente según ellas. Pero, dado que el tiempo no se puede percibir habrá que encontrarle un sustituto, un sustrato que represente el tiempo y sirva de elemento de comparación. El substrato de todo lo que hay es la sustancia: lo que pertenece a la existencia sólo puede

ser pensado como determinación de la sustancia. Lo único permanente, entonces, ha de ser la sustancia del fenómeno, lo real del fenómeno. Nuestra aprehensión cambiante de los diversos aspectos de un evento no nos permite inferir si tales aspectos son simultáneos o sucesivos, hace falta postular un substrato que nos posibilite comprender que todos esos aspectos que percibimos del evento son modificaciones de algo permanente. Sólo a partir de lo permanente es posible pensar las determinaciones temporales de sucesión o simultaneidad y, por ende, lo permanente expresa el tiempo. Debemos pensar ese tiempo, pues, bajo la forma de algo durable que se manifiesta alternativamente a nosotros y asignamos a algo existencia en la medida en que entendemos que esas manifestaciones pertenecen a un continuo. Así, de acuerdo con Kant: «... ese elemento permanente que hay en los fenómenos constituye el substrato de toda relación de tiempo y, consiguientemente, la condición de posibilidad de toda unidad sintética de las percepciones, es decir, de la experiencia» (A183-B227). Asimismo, todos los cambios en los fenómenos son cambios en lo que existe. El concepto de cambio supone un substrato que permanece mientras se alteran sus accidentes. Lo que queda de una cosa cuando la despojamos de sus accidentes o propiedades es un concepto, un instrumento del entendimiento que expresa la relación necesaria entre sus propiedades.

Pasemos ahora a la segunda analogía. Según las dos versiones se enuncia: «*Principio de la producción*: todo lo que sucede (empieza a ser) presupone algo a lo cual sigue *de acuerdo con una regla*» (A189) y «Principio de la sucesión temporal según la ley de causalidad: *todos los cambios tienen lugar de acuerdo con la ley que enlaza causa y efecto*» (B232).

Kant comienza el desarrollo de la prueba de este principio con el reconocimiento de que en nuestras operaciones cognitivas ordinarias percibimos que los fenómenos se siguen unos a otros. Según Kant, esta determinación temporal no es, *prima facie*, constituida en la mera percepción, allí nunca es posible determinar objetivamente cuál es el orden de los fenómenos, esto es únicamente posible en la medida en que nuestra facultad de imaginación interviene para enlazar las percepciones con necesidad, esto es, con conciencia real de qué hemos de poner primero y qué hemos de poner después. Este enlace necesario es, de acuerdo con Kant, únicamente posible en la medida en que nues-

tra imaginación opera regida por una regla *a priori*, esto es, por un concepto puro del entendimiento.

De acuerdo entonces con esta ley, todas nuestras experiencias se dan en sucesión. Sin embargo, formulamos respecto de ellas juicios empíricos que hacen referencia, unas veces, a la coexistencia objetiva y, otras veces, a una secuencia objetiva. El ejemplo de Kant ilustra claramente este punto. Cuando observamos las partes de una casa podemos comenzar con la aprehensión del tejado y terminar con la de los cimientos; pero en ningún caso diremos que las partes son sucesivas, sino que son partes coexistentes en el «objeto». En cambio, cuando observamos un barco que navega con la corriente afirmamos que se trata de eventos «objetivamente» sucesivos, para los cuales no es lo mismo el «antes» que el «después». Cuando Kant habla aquí de «objeto» quiere decir lo siguiente: «objeto» es, en principio, cualquier representación de la que se tenga conciencia, pero cuando hablamos de «objeto» en relación con los fenómenos es posible distinguir entre fenómenos en tanto que objetos, y fenómenos en tanto que designan objetos. En el primer caso, los fenómenos no difieren de su aprehensión. En el segundo caso, el fenómeno incluye en sí la regla que lo diferencia de toda otra aprehensión y que determina el orden y la forma de la aprehensión. El objeto empírico de Kant es, entonces, un conjunto de representaciones intuitivas enlazadas por una regla que ordena *a priori* la aprehensión en el fenómeno.

En los ejemplos de la casa y el barco, el criterio que permite diferenciar las dos situaciones radica en que, para el primer caso, el orden de las percepciones se puede invertir, y en el caso del barco que navega con la corriente el orden de las percepciones es irreversible: no podemos observarlo primero río abajo y luego río arriba. La serie de percepciones de cualquier «acontecer» estará, entonces, regulada. Habrá, como en el caso de la percepción del barco, un orden fijado de antemano, una regla que, a fin de enlazar la multiplicidad empírica, obligará a iniciar la aprehensión en un punto. Con esta regla, el orden de las percepciones en la aprehensión del fenómeno se vuelve necesario. Siendo así, la sucesión objetiva del acontecer es la que determina o implica la sucesión subjetiva de la aprehensión. Así lo expresa Kant con claridad: «La sucesión objetiva consistirá, pues, en aquel orden de la diversidad del fenómeno en virtud del cual la aprehensión de una cosa (lo que sucede) sigue a la aprehensión de otra cosa (lo que precede) de acuerdo con una regla» (A193-B238).

Con esto, Kant apunta a establecer, por un lado, que el orden de la percepción está causalmente determinado por el orden de la sucesión objetiva, y por el otro, que el orden necesario con el que la regla condiciona el acontecer empírico traslada la necesidad a la percepción del acontecer. Cuando percibo que una sucesión de representaciones está vinculada con un estado anterior y que esta vinculación no es aleatoria sino regulada, represento a esa sucesión como un acontecer, es decir: percibir un momento de un proceso impone la representación de algo que lo precede según una regla; y negar esto implica desarticular el proceso en cuanto tal.

Ahora bien, al conocimiento empírico corresponde una síntesis de lo múltiple en la imaginación que es siempre sucesiva; paralelamente, un orden de la síntesis sucesiva determina el objeto. Hay en el orden de mi percepción —dice Kant— algo antes y algo después que constituye el juicio empírico en el que se piensa la secuencia como determinada. La relación de los fenómenos, en la cual algo, lo que acontece, se halla determinado por algún evento anterior según la regla de causa-efecto, es lo que confiere validez objetiva a nuestros juicios empíricos basados en percepciones; es su condición de verdad y, por lo tanto, condición de la experiencia en general.

«El principio de la relación causal en la secuencia de los fenómenos posee, pues, validez con anterioridad a todos los objetos de la experiencia (bajo las condiciones de la sucesión), ya que tal principio es, a su vez, el fundamento de posibilidad de esa misma experiencia» (A202-B247). En pocas palabras: nadie puede afirmar que ha sido testigo de un cambio físico a menos que crea que el último de los estados que constituyen el cambio es efecto necesario del estado anterior o de algún estado físico contemporáneo de éste, que hace de causa.

Por último, conocemos *a priori* ciertas propiedades formales del tiempo, como su continuidad y anisotropía, pero no podemos conocerlas a partir de la percepción del tiempo, pues el tiempo es imperceptible. Entonces, Kant «fenomenaliza» el tiempo cuando sostiene que debemos representarnos las propiedades del tiempo como sometidas a una indispensable ley de la representación empírica. Y agrega: «sólo en los fenómenos podemos captar empíricamente esta continuidad en la conexión de los tiempos». Son los fenómenos los que deben determinar la posi-

ción temporal que guardan entre sí y hacerla necesaria: en lo que precede está siempre la condición de lo que se sigue.

Debe advertirse que el principio de que todo acontecer está causalmente determinado por un evento anterior no es resultado de la «conjunción constante», meramente empírica e inductiva, de eventos —como pretendía Hume— sino una conexión necesaria que encontramos en la experiencia por haberla puesto nuestro entendimiento previamente como regla condicionante de la unidad sintética de los fenómenos y como fundamento de la experiencia misma. Los conceptos *a priori* de sustancia y de causa tendrán en la metafísica de la naturaleza sus correlatos empíricos en los conceptos de materia y fuerza, de modo que las únicas causas que podemos conocer son las que se traducen en movimientos materiales, es decir, causas mecánicas.

En cuanto a la tercera analogía, Kant la llama en la 1.ª ed. «Principio de la comunidad» y así la enuncia: «Todas las sustancias se hallan, en la medida en que sean simultáneas, en completa comunidad (es decir, en acción recíproca)» (A211), mientras que en la 2.ª ed. la titula «Principio de la simultaneidad según la ley de la acción recíproca o comunidad» y la enuncia: «Todas las sustancias, en la medida en que podamos percibirlas como simultáneas en el espacio, se hallan en completa acción recíproca» (B256).

La cuestión que se plantea en la tercera analogía puede resumirse así: si no podemos percibir una cosa o evento *A* cuando estamos percibiendo una cosa o evento *B*, ni percibir *B* cuando estamos percibiendo *A*, ¿qué nos autoriza a afirmar que *A* existe cuando estamos percibiendo *B*, y recíprocamente? ¿Qué es lo que nos autoriza a afirmar que *A* y *B* coexisten? Dos eventos *A* y *E* son simultáneos —dice Kant— cuando existen en el mismo tiempo. Sabemos de esa simultaneidad cuando podemos invertir el orden en la síntesis de las aprehensiones. Por ejemplo, cuando puedo ir como en el caso de la percepción de un barco *A*, que se mueve respecto de mí, que observo desde la orilla en reposo, a la de otro *E*, que también se mueve respecto de mí, pasando por *B*, *C* y *D*; pero podría haber hecho la síntesis en sentido inverso de *E* hacia *A*, pasando por *D′*, *C′* y *B′*. A pesar de que las dos series de percepciones se dan sucesivamente en el tiempo, no se dan con independencia una de la otra y concluimos que los dos eventos son simultáneos. El movimiento de cada uno de los barcos respecto de mí es objetivo; y, en virtud de nuestra ya pro-

bada ley de causalidad, podemos asignarle una causa que será anterior a la percepción que corresponde al momento que inicia cada una de las dos series. Para que cada una de las dos sucesiones posibles «de cruce» de un barco a otro testifique la simultaneidad, la coexistencia de los dos barcos como objetiva, tengo que pensar que la causa de la primera de las sucesiones, que comienza en *A* y termina en *E* es, a su vez, causada por la causa de la que comienza en *E* y termina en *A.* Pero decir esto es lo mismo que afirmar que los dos eventos están bajo influjo causal mutuo, y esto según el concepto-regla de acción recíproca. Sin esta ley no podríamos percibir ningún par de eventos como simultáneos sino como ocurriendo uno a continuación del otro.

La causa —señala Kant— no tiene por qué ser inmediata. Ahora bien, el influjo mutuo sólo puede cumplirse continuamente y en el «pleno». La ley de acción recíproca obliga a rechazar el espacio vacío entre las sustancias: dado que las percepciones se dan siempre continuamente, si en mi paso de una percepción a otra correspondiera a alguna un instante en el espacio vacío, se cortaría la cadena causal y ya no podría distinguir si el fenómeno es objetivamente siguiente o simultáneo.

> Tiene, pues, que haber algo, aparte de la simple existencia, mediante lo cual A determina a B su lugar en el tiempo, y a la inversa, ya que sólo bajo esta condición podemos representarnos dichas sustancias como *existiendo simultáneamente*. Ahora bien, la única cosa que fija a otra su lugar en el tiempo es la causa de esa otra cosa o de sus determinaciones. Si hemos, pues, de conocer la simultaneidad en alguna experiencia posible, toda sustancia (ya que sólo puede ser efecto desde el punto de vista de sus determinaciones) debe contener en sí la causalidad de ciertas determinaciones en las otras sustancias y, a la vez, los efectos de la causalidad de estas últimas; es decir, las sustancias tienen que hallarse en comunidad dinámica. Por otra parte, todo aquello sin lo cual la experiencia de los objetos sería imposible constituye algo necesario en relación con tales objetos de esa misma experiencia. Consiguientemente, es necesario que todas las sustancias en la esfera del fenómeno se hallen entre sí, en la medida en que son simultáneas, en una completa comunidad de interacción recíproca [A212-213/B259-260].

Para resumir: las tres analogías de la experiencia son los principios de la existencia de los fenómenos en el tiempo de acuerdo

con sus tres modos: la relación con el tiempo como magnitud de la existencia, duración; la relación de la existencia en el tiempo como acontecer, sucesión; y la relación de la existencia en el tiempo con todo lo que existe, simultaneidad.[7]

El tiempo no debe considerarse como una entidad absoluta en donde la experiencia señala inmediatamente su lugar a cada existencia; por el contrario, debe pensarse la relación de las existencias con el tiempo como rigurosamente dinámica, es decir, que es la regla del entendimiento la que, como único medio, posibilita la existencia de los fenómenos para adquirir unidad sintética desde el punto de vista temporal y la que ubica a cada fenómeno en el tiempo.

La naturaleza en sentido empírico es el conjunto de todos los fenómenos considerados en su existencia de acuerdo con leyes. La naturaleza supone un conjunto de leyes *a priori* que son la condición de posibilidad de la naturaleza. Las leyes empíricas sólo pueden existir y ser encontradas mediante la experiencia y como consecuencia de esas leyes originarias.

En orden a completar la tabla de principios del entendimiento puro, permítaseme decir unas breves palabras sobre los «postulados del pensamiento empírico».

Así los enuncia Kant:

> 1. Lo que concuerda con las condiciones formales de la experiencia (desde el punto de vista de la intuición y de los conceptos) es *posible*.
> 2. Lo que se halla en interdependencia con las condiciones materiales de la experiencia (de la sensación) es *real*.
> 3. Aquello cuya interdependencia con lo real se halla determinado según condiciones universales de la experiencia es (existe como) *necesario* [A218-B266].

Según Kant, decir que algo es posible o necesario no es ampliar el conocimiento de ese algo sino meramente establecer una

---

7. Quiero advertir al pasar la semejanza existente entre la formulación de las analogías que acabo de presentar, y el contenido de las leyes de la mecánica de Newton, a saber: el principio de conservación de la masa o cantidad de materia, la ley de inercia, y el principio de igualdad de acción y reacción. Hablo aquí únicamente de semejanza dado que no puede decirse con propiedad que las analogías expresen estas leyes. Solamente después de que se adopta el concepto empírico de materia y se subsume bajo los principios expresados en las analogías puede hablarse con total propiedad de que Kant ha esbozado el sistema newtoniano del mundo.

relación entre ese algo y nuestra facultad de conocer. La lógica vigente en la época de Kant consideraba los predicados modales, de posibilidad, realidad y necesidad, con independencia de todo lo empírico. Kant, en cambio, reclamará para esos «modos» también la perspectiva empírica.

Los principios de la modalidad están destinados a limitar las categorías solamente a su uso empírico y prohibir su uso trascendental. Si la lógica trascendental ha de ser una lógica de contenidos, una «lógica de la verdad», una lógica objetiva, todo uso hiperempírico de las categorías debe ser evitado.

Posibilidad. Todo concepto contiene en sí una síntesis. Kant distingue entre conceptos que no pertenecen y que sí pertenecen a la experiencia. Éstos son, o bien conceptos empíricos, cuando la síntesis está tomada de la experiencia, o bien puros, cuando son condición *a priori*, forma, de la experiencia general. Los que no son ni puros ni empíricos, son conceptos vacíos, meras «ideas». La falta de contradicción en el concepto —afirma la lógica clásica, y Kant no se opone a ello— es una condición lógica necesaria para su posibilidad. Pero con esto no se establece ninguna relación entre el concepto y su realidad objetiva. Juzgar *a priori* la posibilidad de un objeto será lo mismo que verificar su posibilidad lógica y su posibilidad en la intuición. No es en la falta de contradicción que los conceptos de sustancia, de causa y de influjo mutuo adquieren validez objetiva, sino en el hecho de que respetan *a priori* las condiciones formales de la experiencia.

Realidad. El conocimiento de lo real obliga además al cumplimiento de las condiciones formales, si no a una percepción inmediata del objeto mismo «a la conexión de tal objeto con alguna percepción efectiva de acuerdo con las analogías de la experiencia, las cuales establecen todo enlace real en una experiencia en general» (A225). Es decir, que aunque el objeto no sea directamente percibido podremos considerarlo real si otras percepciones directas constituyen trazas o índices, en el sentido de relaciones causales, entre lo directamente observado y sus causas o sus efectos. La realidad llega hasta allí donde puede llegar nuestra percepción y su desarrollo según leyes empíricas.

Necesidad. Lo necesario será entonces lo real como efecto de una causa inmediata o mediatamente percibida. Dicho de otro modo: si lo real se percibe como ocurriendo de acuerdo con leyes empíricas causales o influjos mutuos, entonces la realidad

de la causa permite anticipar *a priori* el efecto de esa causa como necesario.

La sensibilidad y el entendimiento cooperan armónicamente. La naturaleza material y la naturaleza formal corren una al encuentro de la otra. Ésta para dar la forma y dictar la ley; aquélla para dar contenido. La multiplicidad sensible está unificada; la forma intelectual es aplicable. La metafísica de la naturaleza (su parte trascendental) está ya completa: nos ha enseñado las condiciones de la unidad de la naturaleza.

Fundamentación *a priori* de la ciencia newtoniana

De acuerdo con Kant, cuando la metafísica general (filosofía trascendental) tiene necesidad de ejemplos, es decir, de intuiciones para dar significado a los conceptos puros del entendimiento, debe tomarlos prestados de la teoría general del cuerpo (física) y, por lo tanto, de la forma y de los principios de la intuición externa. Sin ellos la metafísica general vaga entre conceptos vacíos de sentido. Ni las matemáticas ni la filosofía trascendental bastan para determinar un objeto. Pero han de ser la matemática y la filosofía trascendental las que, aportando aquélla las formas y principios de la intuición externa, es decir, fundando la aplicabilidad de las matemáticas a la totalidad de los fenómenos, y ésta las formas de toda la legalidad del objeto posible, convertirán esa teoría del cuerpo en una ciencia cabal. Los únicos juicios sintéticos *a priori* que tienen trato con un objeto determinado, es decir, los únicos en los que se plasma el verdadero problema trascendental, son los juicios sintéticos *a priori* de la física. Es sobre el trasfondo de la física-matemática que cobran sentido las fatigas de la *Analítica Trascendental.*

Dado que, según Kant, ninguna ciencia de la naturaleza particular puede proceder completamente *a priori* respecto de la formación de sus objetos, y la física no es una excepción a esta regla, sus juicios sintéticos *a priori* se erigen colocando en su base un concepto empírico, en su caso, el concepto empírico de materia. Dice en su libro *Primeros principios metafísicos de la ciencia de la naturaleza* (en adelante *Primeros principios*), de 1786:

> O bien de la naturaleza particular de tal o cual clase de cosas, de las que se da un concepto empírico, y se lo da de tal modo que,

> aparte de lo que está contenido en ese concepto, no se utiliza ningún otro principio empírico para el conocimiento de dicha clase de cosas (por ejemplo, pone como punto de partida el concepto de una materia o el de un ser pensante y busca el alcance del conocimiento del que la razón es capaz *a priori* respecto de esos objetos) [Kant 1786/1993: 102].

La idea es, pues, que Kant está intentando mostrar cómo partiendo de un concepto empírico generalmente aceptado y sometiéndolo a la operación cognitivo-constitutiva de los *Principios del entendimiento puro*, obtenemos nuestros principios metafísicos de la ciencia natural, que son al mismo tiempo las leyes fundamentales de la mecánica de Newton.

El rasgo fundamental que Kant «rescata» del concepto de materia es el movimiento, pues es únicamente a través del movimiento que el sentido externo es afectado. Esto es, es únicamente a partir del hecho de que un objeto cambie su posición en el espacio que mi aparato perceptivo puede ser afectado y, de allí, que las funciones lógicas del entendimiento subsuman ese objeto bajo ciertas reglas. Así, es al movimiento como atributo fundamental de la materia que el entendimiento remite los demás predicados que pertenecen al concepto de un objeto en general. Para ello se seguirá obviamente la tabla de las categorías, por lo que en primer lugar se considerará el movimiento bajo la categoría de cantidad, atendiendo a su composición y haciendo abstracción de la cualidad del móvil; en segundo lugar se trata el movimiento como perteneciente a la cualidad de la materia bajo el nombre de fuerza motriz originaria; en tercer lugar se trata la materia dotada de esa cualidad pero en relación con otras, en virtud de su movimiento; y por último se determina el movimiento o el reposo de la materia como fenómeno de los sentidos externos. Kant titula a esas cuatro secciones en sus *Primeros Principios Foronomía, Dinámica, Mecánica* y *Fenomenología*, respectivamente.

De particular interés para nuestra investigación lo constituye el cap. III de los *Primeros Principios*, donde Kant presenta las tres leyes de Newton como resultado de someter el concepto de materia a los principios trascendentales de substancialidad, causalidad y comunidad. A continuación, voy a comentar brevemente este capítulo de los *Primeros Principios*, con el fin de completar el esbozo de lo que Kant llama una «parte pura» en la ciencia de la naturaleza, así como para apoyar mi anterior interpretación

de que el mundo al cual estamos restringidos *a priori*, según Kant, es un mundo de estructura newtoniana. Por mor de la brevedad, trataré únicamente la derivación explícita de las leyes del movimiento de Newton, haciendo abstracción de las consideraciones iniciales acerca de la definición de cantidad de materia y cantidad de movimiento.

La ciencia de la mecánica investiga las relaciones entre los cuerpos materiales móviles dotados de fuerza motriz y establece las leyes empíricas que los rigen. Los primeros principios metafísicos de la mecánica deberán ocuparse, entonces, de dar fundamentos *a priori* a las leyes de esta ciencia.

La *Foronomía* trató del movimiento, con independencia de sus causas y haciendo abstracción de las propiedades materiales del móvil. La *Dinámica* trató de las fuerzas originarias de la materia que son la causa del movimiento, pero todavía en ausencia de todo movimiento. En el capítulo que nos ocupa Kant realiza la «síntesis» de los elementos de los dos capítulos anteriores: el movimiento puramente formal de la *Foronomía* se infunde —por así decirlo— en la materia real, puramente inerte pero potencialmente móvil, de la *Dinámica*. De estas nupcias entre la materia y el movimiento surge el concepto del movimiento real o en acto, del movimiento físico: cuerpos dotados de movimiento y con capacidad de comunicarlo a otros cuerpos.

Pasemos ahora a la enunciación de las leyes. En cuanto a la primera ley de la mecánica, Kant la enuncia como sigue: «En todos los cambios de la naturaleza corpórea, la cantidad de materia como un todo permanece la misma; no es ni aumentada ni disminuida» (*ibíd.*: 179). Para demostrar esta ley habrá que determinar cuál es la sustancia de la materia. Sustancia, en metafísica, es aquello que existe con independencia de todo otro objeto y el sujeto último de todos sus accidentes. En la materia, el sujeto último de todos sus accidentes es aquello que la diferencia de la mera extensión, es decir, su movilidad en el espacio. Ahora bien, lo móvil en el espacio tiene partes que a su vez son móviles y por lo tanto materiales. Luego, cada una de esas potencialmente infinitas partes móviles será sustancia material. Valdrá, entonces, para ella todo lo afirmado de la sustancia posible en general, *i.e.*, que no puede ni generarse ni perecer. Pero entonces, la cantidad de materia, en tanto que multitud de las sustancias en las cuales consiste, no puede ni aumentar ni disminuir, o sea, permanece, como un todo, siempre idéntica a sí misma.

Segunda ley de la mecánica (primera ley de Newton): «Todo cambio de la materia tiene una causa externa (todo cuerpo permanece en su estado de reposo o movimiento en la misma dirección, con la misma velocidad, a menos que sea obligado a abandonar tal estado por una causa externa)» (*ibíd.*: 181). De igual manera que en la primera ley, se trata de aplicar a la naturaleza material un principio general de la metafísica, en este caso el de que todo cambio tiene una causa. La cantidad de materia, como ya se probó, es inalterable. Además, la materia, en tanto que mero objeto de los sentidos externos, no tiene otras determinaciones que las de las relaciones externas en el espacio. Por lo tanto, el único cambio posible será el de esas relaciones espaciales, es decir, el movimiento. Todo cambio será de un movimiento por otro o de movimiento por reposo o de reposo por movimiento. Pero, según nuestra ley general, todo cambio tiene una causa. Luego, todo cambio en el estado de movimiento de la materia deberá obedecer a una causa. La causa no puede ser interna, pues la materia no tiene ninguna determinación interna ni fundamentos para ella. Luego, la causa debe ser externa.

Tercera ley de la mecánica (tercera ley de Newton): «En toda comunicación de movimiento, acción y reacción son siempre iguales una a otra» (*ibíd.*: 182). Se aplica a la naturaleza material el principio general de la metafísica que afirma que toda acción es acción recíproca. Para demostrar esta ley dentro de los límites de la mecánica, bastará probar que toda acción recíproca es reacción.

Según el principio de la metafísica general, todas las relaciones activas deben ser relaciones recíprocas. Luego, los cambios de las relaciones de las materias en el espacio, es decir, sus movimientos, no pueden ser pensados sino como movimientos recíprocos. De aquí que ningún cuerpo que recibe movimiento del movimiento de otro pueda ser considerado en reposo absoluto sino solamente como en reposo relativo, es decir, moviéndose con su espacio relativo en dirección contraria del que lo mueve en el espacio absoluto. Para dos cuerpos que actúan el uno sobre el otro, Kant adopta por espacio absoluto aquel espacio relativo en el que los cuerpos intercambian la misma cantidad de movimiento, *i.e.*, repartiendo las velocidades en relación inversa de las masas. Lo que es reposo, después del choque, respecto del espacio absoluto, es, respecto del espacio empírico, movimiento de los cuerpos con la dirección del que choca y con velocidad

igual a la que se adjudicó al espacio del que estaba en reposo relativo para equiparar la cantidad de movimiento del primero antes del choque.

En el último capítulo, titulado *Fenomenología,* Kant trata la modalidad del movimiento según la posibilidad, la existencia y la necesidad, y tiene como propósito la transformación de la *apariencia* (*Erscheinung*) en *experiencia* (*Erfahrung*). Más específicamente, su propósito es transformar los movimientos aparentes en movimientos verdaderos. Aquí parece que Kant está siguiendo el libro III de los *Principia* de Newton, que aplica las leyes del movimiento a lo observable de manera de derivar de los movimientos aparentes o relativos en el sistema solar la ley de gravitación universal y, al mismo tiempo, establecer un marco de referencia privilegiado respecto al cual la noción de movimiento verdadero es empíricamente definida.

Lo importante a destacar de esta demostración es que a pesar de que parte de regularidades observadas o meramente inductivas, que se someten a las leyes del movimiento ya demostradas como *a priori*, se llega a una ley que es, en un sentido importante de la palabra, necesaria. Según la forma en que Kant define la necesidad en los *Postulados del pensamiento empírico*: «Aquello cuya interdependencia con lo real se halla determinado según condiciones universales de la experiencia es (existe como) necesario» (A218-B26), la ley de gravitación universal satisface esta noción de necesidad con exactitud: es determinada en conexión con lo actual (las leyes de Kepler vistas provisionalmente como registrando movimientos verdaderos) y de acuerdo con las condiciones universales de la experiencia (los principios trascendentales del entendimiento, especificados en los principios metafísicos de la ciencia natural).

De este modo, queda constituida para Kant la parte «pura» de la ciencia natural que, según su opinión, alcanza la absoluta completitud en lo que a su contenido se refiere debido a que los conceptos o las funciones bajo los cuales se hace «pasar» el concepto empírico de materia, los cuales agregan a éste determinaciones que no estaban incluidas en él, son la tabla de las categorías, y aquí «no podemos hacer nada más, ni descubrir ni agregar, sino solamente mejorar los sitios en los que puedan faltar claridad o profundidad» (*ibíd.* 1786/1993: 108). En función de esta determinación desde la tabla de las categorías, la experien-

cia de un objeto material empírico presenta cualidades idénticas con las enunciadas en las leyes del movimiento de Newton. Así, estamos restringidos *a priori* a un mundo de naturaleza newtoniana y euclidiana. A pesar de que, como intentamos mostrar en este capítulo, Kant concede gran importancia a facultades constitutivas definidas de una manera puramente abstracta, las mismas operan regidas por categorías esquematizadas que dan a la experiencia una estructura específica, una estructura newtoniana.

CAPÍTULO 3

LA RELACIÓN ENTRE EXPERIENCIA Y GEOMETRÍA Y LA REFORMULACIÓN DE LO *A PRIORI* EN LA CONCEPCIÓN DE HERMANN VON HELMHOLTZ Y HENRI POINCARÉ

La primera liberalización del contenido de lo *a priori* que deseo examinar fue llevada a cabo por dos eminentes científicos y filósofos del siglo XIX, H.v. Helmholtz y H. Poincaré. Su reacción hacia la filosofía kantiana y su respuesta al problema de lo *a priori* surgió en el contexto de su trabajo en las matemáticas, especialmente en la geometría. Ambos estuvieron implicados en los cambios profundos que agitaron a dicha disciplina, especialmente en el surgimiento, la consolidación y la fundamentación de las geometrías no-euclidianas. Ambos rechazaron el punto de vista kantiano de que estamos restringidos *a priori* a un mundo de estructura euclidiana, pero al mismo tiempo continuaron pensando kantianamente que el espacio constituye un concepto *a priori* que condiciona la experiencia. Claro está, ha de ser pensado con la suficiente amplitud como para ser compatible por lo menos con los tres casos clásicos de geometría de curvatura constante.

Con el fin de familiarizar al lector con los principales conceptos de lo que constituye el contenido de las geometrías no-euclidianas, haré una pequeña exposición de sus supuestos fundamentales, a continuación examinaré las propuestas de Helmholtz y Poincaré sobre el estatus del concepto de espacio y de los axiomas de la geometría.

La geometría euclidiana y el postulado de las paralelas[1]

Como ha sido ampliamente difundido, la geometría fue uno de los primeros sistemas matemáticos desarrollados. A pesar de saber poco acerca de sus orígenes, lo sorprendente acerca de ella es que estaba ya bien sistematizada en tiempos de Euclides.

El carácter axiomático de la geometría de Euclides —la derivación de teoremas desde sus axiomas y postulados fundamentales— fue en sí mismo una contribución sofisticada, una que todavía juega un papel básico en las formas más modernas de formular los sistemas matemáticos de manera exacta. Es sorprendente que este procedimiento hubiera sido seguido ya en los tiempos de Euclides.

Los *Elementos* de Euclides comienzan con 23 definiciones, 5 postulados y 5 nociones comunes. Los postulados posibilitan realizar ciertas construcciones geométricas: unir dos puntos con una línea, trazar un círculo de cualquier radio con el centro en un punto, etc. Las nociones comunes son deducciones permisibles o reglas de inferencia aplicables fuera de las matemáticas: cosas que son iguales a una misma cosa son también iguales entre sí, etc. No todas las definiciones son de igual valor. Las primeras intentan definir «punto», «línea», «línea recta», «superficie», «plano», etc.

Uno de los axiomas de Euclides, el axioma de las paralelas, causó muchísimos problemas a los matemáticos a lo largo de los siglos. Podemos formular este axioma como sigue: para cualquier plano en el cual hay una línea recta L y un punto P que no está en L, hay una y sólo una línea recta L', en el plano, que pasa a través de P y es paralela a L (dos líneas en un plano son paralelas si no tienen ningún punto en común).

El axioma de las paralelas sorprendió a los lectores de Euclides desde su presentación, su extensa y técnica formulación contrastaba con la aparente simplicidad y brevedad de los otros axiomas. Muchos sabios griegos cuestionaron la sagacidad de haber incluido este axioma entre los enunciados asumidos sin prueba e intentaron demostrarlo. Proclo no tuvo dudas acerca de esto. Dijo que el postulado de las paralelas debía ser quitado de entre

1. Para la exposición del contenido de esta sección me he apoyado en Torretti (1978) y Jammer (1993).

los otros postulados dado que era un teorema y, como tal, requiere para su demostración un número de definiciones y otros teoremas. La historia de los intentos que se llevaron a cabo para demostrar o refutar este axioma es interesante, pero desgraciadamente demasiado extensa para tratarla aquí con detalle. La interpretación estándar de esta historia de sucesivos esfuerzos por probar el postulado de las paralelas hizo énfasis en que el problema estaba en las «presuposiciones tácitas» que, una vez identificadas, no eran menos cuestionables que el postulado mismo que se intentaba demostrar. Lo que tenemos es la historia de sucesivos errores que podían haberse evitado si los geómetras hubieran practicado una lógica rigurosa. Pero de hecho, la lógica tuvo que ver muy poco con esto. Lo que esta secuencia de «pruebas y refutaciones» refleja es que lo que un geómetra consideraba como evidente, otros muchos lo consideraban como menos que obvio. Es decir, que lo que contaba para algunos como postulados de significado para los términos geométricos primitivos, o como verdades *ex vi terminorum*, para otros eran presuposiciones inciertas.

Esto es lo que Coffa llama la «incertidumbre semántica»[2] que rodea a los significados pre-axiomáticos de los primitivos geométricos, incertidumbre que se desarrolló a través de los siglos y que finalmente adquirió las proporciones de una crisis con el advenimiento de las geometrías no-euclidianas. Allí se opusieron, por un lado, los amigos de las definiciones explícitas, Frege y Russell, y por otro, los matemáticos defensores de la definición implícita, Poincaré y Hilbert.

En la historia que nos ocupa ahora, hay algunos nombres que deben ser tenidos en cuenta con relación a la cadena de acontecimientos que desembocaron en el descubrimiento de las geometrías no-euclidianas; a saber, John Wallis (1616-1703), Girolamo Saccheri (1667-1733) y Johann Heinrich Lambert (1728-1777).

Wallis publicó, en el 2.º vol. de su *Mathematical Works* (1693), dos conferencias que había dictado desde su cátedra en la Universidad de Oxford durante los años 1651 y 1663. La primera conferencia es una exposición de la prueba del quinto postulado dada por el matemático árabe Nasir-Eddin (1201-1274), pero la segunda contiene una demostración original. En ambas confe-

2. Véase Coffa (1986).

rencias, Wallis afirma que no podemos culpar a Euclides por haber asumido tácitamente o postulado explícitamente verdades autoevidentes tales como la de que «dos líneas convergentes coplanales finalmente se encuentran». No obstante, ya que varios eran de la opinión de que el quinto postulado necesitaba una prueba, Wallis propuso la suya, esperando que fuera más persuasiva que la de sus predecesores. Esta prueba está basada en ocho lemas. Los primeros siete son proposiciones probadas por los métodos usuales y bajo las presuposiciones habituales de la geometría, pero el octavo es un principio básico que Wallis no intenta probar sino sólo aclarar para que aparezca como autoevidente. Él lo establece de la siguiente forma: «Para toda figura existe una figura similar de magnitud arbitraria» (citado en Torreti 1978: 44). Wallis observa que, ya que las magnitudes pueden estar sujetas a multiplicaciones y divisiones ilimitadas, el lema VIII se sigue de la esencia misma de las relaciones cuantitativas, en la medida en que toda figura, mientras preserva su forma, puede ser aumentada o disminuida sin límite. Dado que Wallis era bien consciente de que el quinto postulado de Euclides no podía ser demostrado a menos que introdujéramos otro postulado en su lugar, esperó que su propio postulado, el lema VIII, luciera por su mayor evidencia.

En 1733, Saccheri, un jesuita bien versado en la literatura sobre el problema de las paralelas, publicó un tratado cuyo libro I trata la cuestión. Allí propuso probar el quinto postulado mediante un método aún no intentado, el de la prueba indirecta. Saccheri intentó mostrar que la negación del quinto postulado es incompatible con las presuposiciones restantes de la geometría. Su obra tuvo una gran influencia sobre las investigaciones subsiguientes acerca de la naturaleza del quinto postulado. G.S. Klügel (1739-1812) la estudió cuidadosamente en su disertación doctoral y concluyó que la alegada prueba de Saccheri no era más fuerte que las otras treinta que examina en su trabajo. La disertación de Klügel fue elogiada por el filósofo y matemático suizo J.H. Lambert (1728-1777) en su *Teoría de las paralelas*, publicada póstumamente en 1786 pero escrita aparentemente en 1766. Leyendo a Klügel, Lambert conoció a Saccheri y podría decirse que su propia obra es una continuación de la de aquél. El punto de partida de su tratamiento de la teoría de las paralelas es un cuadrilátero con tres ángulos rectos. Él examina tres hipó-

tesis acerca de la naturaleza del cuarto ángulo; a saber, que sea recto, obtuso o agudo. En tres secciones distintas, Lambert deriva consecuencias de cada una de esas hipótesis. En las pruebas basadas en la segunda hipótesis, evita sistemáticamente usar cualquiera de las proposiciones de Euclides que fueran incompatibles con ella; sólo hacia el final de la sección apela a una de esas proposiciones, y lo hace precisamente en orden a llevar a cabo la refutación de la segunda hipótesis.

Desde el punto de vista metodológico, Lambert combina una fuerte actitud formalista con una no menos fuerte apelación a la intuición. El anterior procedimiento puede ser entendido únicamente teniendo en cuenta esta actitud metodológica, y así su tendencia formalista lo conduce a explorar la posibilidad de un sistema deductivo basado tanto en la segunda como en la tercera hipótesis. Por otro lado, Lambert el intuicionista cree que sólo es posible tener una representación apropiada de la segunda hipótesis en la medida en que coincidamos en dar una interpretación apropiada de los términos intrínsecamente asignificativos del correspondiente sistema formal. Así, sostiene enfáticamente que la segunda hipótesis se sostendría solamente si consideráramos triángulos esféricos en lugar de planos. Es decir, si entendemos por «línea recta» los grandes círculos de una esfera. Esas líneas rectas, como es bien conocido, siempre contienen la distancia más corta entre cualesquiera dos puntos que se encuentran en ellas. Pero en este caso son líneas cerradas, y se intersecan una con otra en más de un punto, de modo que no comparten esas propiedades de las líneas rectas ordinarias usadas en la refutación de la segunda hipótesis.

Aún más sorprendentes son las dos siguientes observaciones de Lambert: 1) la geometría de los triángulos esféricos no depende de la solución del problema de las paralelas, porque es igualmente verdadera bajo cualesquiera de las tres hipótesis; 2) la tercera hipótesis, en la cual el cuarto ángulo del cuadrilátero de Lambert es agudo, podría sostenerse como verdadera en una esfera imaginaria, *i.e.*, en una esfera cuyo radio es un número imaginario puro.

Lambert tuvo una concepción formalista de las matemáticas que comparaba las premisas de un sistema deductivo con un conjunto de ecuaciones algebraicas cuyos términos pueden denotar cualquier objeto que satisfaga las relaciones allí expresa-

das. También descubrió la idea moderna de «modelo», esto es, de un objeto o dominio de objetos que cumplen las condiciones abstractamente establecidas en las hipótesis del sistema. Tal contenido es suministrado mediante la representación de la cuestión que, de acuerdo con Lambert, debe guiar la selección de las hipótesis.

A finales del siglo XVIII y comienzos del XIX la proliferación de tratados sobre la teoría de las paralelas fue en aumento. Los de mayor influencia fueron quizás los de A.M. Legendre (1752-1833), y la *Teoría de las paralelas* de F.A. Taurinus (1794-1874). Este último apoyaba incondicionalmente la geometría euclidiana, pero reconoció la posibilidad de desarrollar desde un punto de vista formal un sistema consistente de geometría donde los tres ángulos de un triángulo sumen menos que 180º.

Taurinus llevó adelante su proyecto mucho más lejos que Saccheri o Lambert, adelantando algunos resultados publicados más tarde por Lobachevsky.

En un memorando dirigido a Gauss en diciembre de 1818, F.K. Schweikart estableció las tesis principales de una geometría que él llamó *Astralgeometrie*, probablemente para sugerir que podría ser verdadera en una escala astronómica. Gauss aprobó completamente las ideas de Schweikart que le parecieron de su propia cosecha.

Todos estos intentos posibilitaron la creación de nuevos sistemas de axiomas que se llamaron geometrías no-euclidianas. En ese momento, la mayoría de los matemáticos se hicieron preguntas como: ¿qué debemos pensar de esos nuevos sistemas con teoremas tan contrarios a la intuición?, o ¿deben ser vistos tales sistemas como meros juegos lógicos sin alguna relación con el espacio físico?, o ¿deben ser vistos como «verdaderos» y, por ende, susceptibles de ser aplicados a la estructura del espacio físico mismo? Este último caso pareció tan absurdo entonces que llevó a muchos matemáticos reconocidos a desarrollar sus investigaciones en forma oculta y a no presentar sus resultados de inmediato. Frege mismo opinó que las geometrías no-euclidianas eran abiertamente falsas y que debían ser puestas, junto con la astrología y la alquimia, en la categoría de las pseudociencias.

Carl Friedrich Gauss (1777-1855), uno de los más grandes matemáticos del siglo XIX, fue el primero en descubrir un sistema consistente de geometría en el cual el axioma de las paralelas

era reemplazado por un axioma inconsistente con él. Y sabemos esto no por la publicación de algún artículo donde expusiera tal sistema, sino por una carta que le escribió a un amigo. En esta carta habla de estar estudiando tal sistema y de que pronto extraería de él consecuencias importantes. Agrega que ha tenido el cuidado de no publicar tales resultados debido a sus temores por las «protestas de los boecios».[3]

Entonces, si abandonamos el axioma de las paralelas, ¿qué debemos poner en su lugar? La respuesta a esta pregunta, una de las más importantes en la historia de la matemática moderna, será considerada en la siguiente sección.

Geometrías no-euclidianas[4]

Un intento para dar sentido a la geometría euclidiana consiste en establecer lo que se ha llamado un sistema de «geometría neutral», el cual podemos definir como todos aquellos teoremas que pueden ser probados usando sólo los axiomas de incidencia, congruencia y continuidad, excluyendo el axioma de las paralelas. En esta geometría es posible probar un gran número de teoremas (alrededor de 287), siendo algunos de los más importantes los siguientes:

a) Teorema de los ángulos interiores alternos. Si dos líneas cortadas por una transversal tienen un par de ángulos interiores alternos congruentes, entonces las dos líneas son paralelas. Este teorema tiene los siguientes corolarios:

— Corolario 1: dos líneas perpendiculares a la misma línea son paralelas.

— Corolario 2: si *l* es una línea y P cualquier punto que no está en *l*, existe al menos una línea *m* que pasa a través de P y es paralela a *l*. Esto no significa que *m* es única, debemos dejar abierta la posibilidad de que haya otras líneas paralelas a *l* que pasan a través de P.

---

3. En la antigua Grecia, los boecios eran vistos como personas de poco nivel intelectual. La traducción de su enunciado a nuestra jerga moderna sería: «esos tontos que se burlan y creen que estoy loco».

4. En lo que sigue voy a apoyarme en Greenberg (1972), Torretti (1978), Gray (1979) y Carnap (1996).

b) Teorema de los ángulos exteriores. Un ángulo exterior de un triángulo es mayor que cualquier ángulo interior. Este teorema será falso en la geometría elíptica.

c) Teorema de Saccheri-Legendre. La suma de los grados de cualquier triángulo es menor o igual a 180º.

— Corolario 1: la suma de los grados de dos ángulos en un triángulo es menor que o igual a los grados de su ángulo exterior remoto.

Ahora bien, en la búsqueda de un axioma para poner en lugar del axioma de las paralelas de Euclides, hay dos direcciones opuestas en las que nos podemos mover:

1) Podemos decir que hay más de una paralela (en este caso un número infinito de ellas).

2) Podemos decir que en un plano, a través de un punto por fuera de una línea, no hay ninguna paralela (Euclides había dicho que sólo había una).

La primera de esas desviaciones de la geometría euclidiana fue explorada por el matemático ruso Nikolai Lobachevski (1792-1856), la segunda por el matemático alemán Georg Friedrich Riemann (1826-1866).

La geometría de Lobachevski, quien publicó sus resultados en 1835, fue descubierta independiente y casi simultáneamente por el húngaro Johann Bolyai (1802-1860), quien publicó sus resultados 3 años antes. La de Riemann no fue descubierta hasta 20 años más tarde.

Para comenzar con la última de nuestras alternativas, la pregunta que surge de inmediato es: ¿cómo podemos hacernos inteligible una geometría que no posee líneas paralelas? La respuesta puede sernos dada a través de un modelo que, si bien no es exactamente el modelo de una geometría elíptica, está cercanamente relacionado con él un modelo de geometría esférica. Pero antes deben ser aclaradas otras modificaciones.

Anteriormente establecimos que en la geometría neutral existen líneas paralelas (corolario 2 al teorema de los ángulos interiores alternos), de modo que si agregamos sin más el postulado de la geometría elíptica de que no hay líneas paralelas, obtenemos un sistema inconsistente. Para evitar esto, se han de modifi-

car algunos de los otros axiomas de modo de hacer posible pensar que en la superficie de una esfera las líneas rectas en un plano son aquí representadas por los grandes círculos de la esfera. En términos más generales, decimos que en una geometría no-euclidiana las líneas que corresponden a líneas rectas en la geometría de Euclides son «líneas geodésicas». Ellas comparten con las líneas rectas la propiedad de ser la distancia más pequeña entre dos puntos dados. En nuestro modelo, la superficie de la esfera, la distancia más pequeña entre dos puntos, la geodésica, es una porción de un gran círculo. Los grandes círculos son las curvas obtenidas por el procedimiento de «cortar» la esfera con un plano a través del centro de la misma. El ecuador y los meridianos de la Tierra son ejemplos familiares.

Si trazamos dos meridianos perpendiculares al ecuador, esas líneas se encontrarán tanto en el polo norte como en el polo sur, por lo que podemos concluir que en una esfera no hay líneas rectas, o cuasirrectas, que no se encuentren. Tenemos luego un ejemplo fácilmente imaginable de una geometría en la cual no hay líneas paralelas.

Las geometrías no-euclidianas pueden también ser distinguidas por la suma de los ángulos de un triángulo. Esta distinción es importante desde el punto de vista de la investigación empírica de la estructura del espacio. Gauss fue el primero en llevar a cabo este tipo de investigaciones. Creyó que una vez que la posibilidad de las geometrías no euclidianas fuera probada desde el punto de vista lógico, no habría otra forma de saber si tenían aplicación a la naturaleza que mediante una serie de pruebas empíricas. Resulta más fácil testar triángulos que testar líneas paralelas, pues estas últimas podrían no encontrarse hasta ser prolongadas por muchos millones de kilómetros. Pero medir los ángulos de un triángulo puede ser llevado a cabo en regiones pequeñas del espacio. En la geometría euclidiana la suma de los ángulos de un triángulo es igual a dos ángulos rectos, o 180º. En la geometría hiperbólica de Lobachevski, como veremos, la suma de los ángulos de un triángulo es menor que 180º. En la geometría elíptica de Riemann esa suma es mayor que 180º.

La desviación de 180º, en la geometría elíptica, puede ser vista con la ayuda de nuestro modelo esférico. Considérese el triángulo NAB en la Figura 1; está formado por los segmentos de dos meridianos y el ecuador.

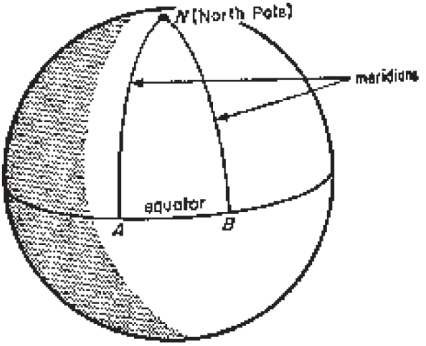


FIGURA 1

Los dos ángulos en el ecuador miden 90º, por lo que ya tenemos un total de 180º. Si se agrega el ángulo en el polo norte ya obtenemos una suma de más de 180º. Si movemos los meridianos hasta que se crucen en ángulos rectos, cada ángulo del triángulo será un ángulo recto, y la suma de ellos será de 270º.

Gauss trató de determinar directamente, por medio de una triangulación ordinaria realizada con instrumentos topográficos, si la suma de los ángulos de un gran triángulo es igual a dos ángulos rectos o no. Ejecutó sus mediciones sobre un triángulo formado por tres montañas, la de Brocken, la Hoger y Hagen y la de Inselberg, cuyos lados miden 69, 85 y 107 kilómetros. Es innecesario decir que no detectó ninguna desviación de 180º, dentro del margen de error; concluyendo, así, que la estructura del espacio real es euclidiana, hasta donde la experiencia puede demostrarlo. Éste fue el primer levantamiento geodésico de un triángulo a gran escala; y exigió bastante trabajo. Sus resultados debieron haber desilusionado un poco a Gauss. No obstante el resultado negativo, el hecho de que no se hubiera establecido ninguna desviación de la geometría euclidiana no era concluyente, es decir, no podía servir ni para demostrar ni para refutar decisivamente sus ideas acerca del espacio, las cuales tenía en mente desde un par de años antes. Sus investigaciones experimentales sobre la estructura geométrica del espacio estaban basadas en su convicción, sugerida por el reconocimiento de la validez de la geometría no-euclidiana, de que la geometría es esencialmente diferente de la aritmética y del análisis. Mientras que las dos últimas son ramas de las matemáti-

cas que se basan en la idea del número puro y se mantienen, por lo tanto, como conocimientos puramente racionales, en cambio, la geometría es una ciencia empírica en cuanto requiere de la investigación experimental. En una carta escrita a Bessel, Gauss decía que tenemos que admitir que el número es un producto de la mente, pero que el espacio tiene una realidad fuera de la mente, cuyas leyes no podemos establecer *a priori*. Gauss parecía haberse dado cuenta de que su concepción del espacio tenía consecuencias epistemológicas de largo alcance. Ésta fue quizás la anticipación de un conflicto inminente con la filosofía ortodoxa, que le hizo guardar su secreto lo más cuidadosamente posible durante varios años.

Tan absurda como pueda aún parecernos esta forma de pensar acerca del estatus de la geometría, tuvo enorme importancia en lo que tiene que ver con la estimulación a pensar de una forma no-kantiana acerca de la geometría. Las investigaciones de Gauss provocaron que muchos matemáticos comprendieran que las nuevas geometrías no-euclidianas estaban planteando un problema empírico genuino.

Para ver más claramente cómo las distintas geometrías no-euclidianas difieren unas de otras, permítaseme considerar de nuevo la superficie de una esfera. Como vimos, éste es un modelo conveniente que nos ayuda a entender intuitivamente la estructura geométrica de un plano en el espacio riemanniano. Debe cuidarse no sobreextender la analogía entre el plano riemanniano y la superficie de la esfera, dado que cualesquiera dos líneas rectas en el espacio riemanniano tienen sólo un punto en común, mientras que las líneas en una esfera que corresponden a líneas rectas —los grandes círculos— se encuentran siempre en dos puntos. Si consideramos, por ejemplo, dos meridianos, ellos se encuentran siempre en dos puntos; a saber, en el polo norte y en el polo sur. Estrictamente hablando, nuestro modelo se corresponde al plano riemanniano sólo si nos restringimos a una porción de la superficie de la esfera que no contiene puntos opuestos. Si la esfera entera es nuestro modelo, debemos asumir que cada punto en el plano riemanniano es representado en la superficie de la esfera mediante un par de puntos opuestos. Partir desde el polo norte y dirigirse hacia el polo sur correspondería a partir desde un punto del plano riemanniano, dirigirse en línea recta sobre el plano y retornar al mismo punto. Todas las líneas geodésicas en el espacio riemanniano tienen la misma longitud finita y son cerradas, como la circunferencia de un círculo.

Con la ayuda de nuestro modelo esférico, podemos ver fácilmente que, en el espacio riemanniano, la razón de la circunferencia de un círculo respecto de su diámetro es siempre menor que *pi*. La Figura 2 muestra un círculo sobre la tierra que tiene su centro en el polo norte.

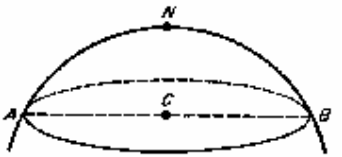
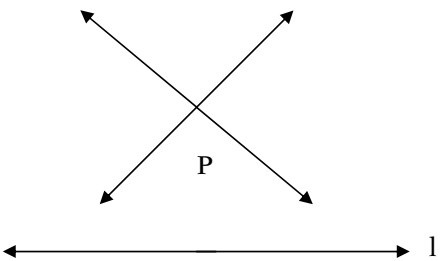


FIGURA 2

Esto corresponde a un círculo en el plano riemanniano. Su radio no es la línea *CB*, dado que ella no está sobre la superficie de la esfera, que es nuestro modelo. El radio es el arco *NB*, y el diámetro es el arco *ANB*. Sabemos que la circunferencia de este círculo tiene como razón respecto del segmento de línea *ACB* a *pi*. Dado que el arco *ANB* es más largo que el segmento *ACB*, es claro que la razón del perímetro del círculo respecto de *ANB* (el diámetro del círculo en el plano riemanniano) debe ser menor que *pi*.

Pasemos ahora al caso de la geometría hiperbólica o de Lobachevsky. Ésta puede ser definida como la geometría que obtenemos asumiendo todos los axiomas de la geometría neutral y colocando en lugar del quinto postulado de Euclides el que llamamos «axioma hiperbólico» que así enunciamos: en la geometría hiperbólica existe una línea *l* y un punto P que no está en *l* tal que al menos dos líneas distintas paralelas a *l* pasan a través de P. Esto puede ilustrarse en la siguiente figura.



La primera consecuencia importante del axioma hiperbólico que ya mencionamos antes es el siguiente lema: existe un triángulo cuyos ángulos suman menos que 180º.

Con relación a la razón de la circunferencia de un círculo en este espacio no es tan fácil ver que se da precisamente lo contrario que en el caso del espacio elíptico: la razón de la circunferencia de un círculo respecto de su diámetro es mayor que *pi*. Quizás podamos visualizarlo con la ayuda de otro modelo. Éste (que se exhibe en la Figura 3) no puede ser usado para ilustrar la totalidad del plano de Lobachevsky, pero sí al menos para una porción limitada del mismo.

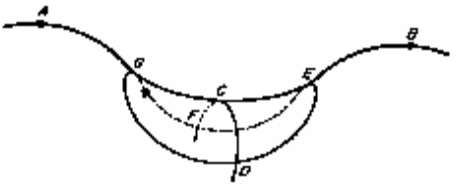


FIGURA 3

El modelo es una superficie en forma de silla de montar que refleja el paso entre dos montañas. *A* es la cima de una montaña, *C* es el paso, *B* es la cima de la otra montaña. Si intentamos visualizar esta superficie, encontramos que hay una curva, que pasa a través del punto *F* hacia un lado de *C*, subiendo por *C*, y dirigiéndose hacia el punto *D*. La parte de esta superficie, que incluye los puntos *C, D, E, F, G*, puede ser vista como un modelo de la estructura del plano de Lobachevsky.

Ahora bien, ¿qué forma tendrá un círculo en este modelo? Asúmase que el centro del círculo está en *C*. La línea curvada *DEFGD* representa la circunferencia de un círculo cuyos puntos se encuentran a la misma distancia de *C*. Si alguien se encuentra en *D*, se encuentra en un lugar inferior al centro del círculo; si camina a lo largo del círculo hacia *E*, estará en un lugar superior al centro. No es difícil ver que esta línea ondulada, que corresponde a un círculo en el plano de Lobachevsky, debe ser más larga que un círculo ordinario en un plano euclidiano que tenga a *CD* por diámetro. Por lo tanto, debido a su mayor extensión, la razón de la circunferencia de este círculo respecto de su diámetro es mayor que *pi*.

Hay otro concepto importante que debemos tener en cuenta en nuestro esbozo reducido de las consecuencias de las geometrías no euclidianas; a saber, la noción de «medida de la curvatura». Todas las superficies, sean euclidianas o no euclidianas, tienen en cualesquiera de sus puntos una medida llamada la «medida de la curvatura» de tal superficie en tal punto. La geometría de Lobachevsky se caracteriza por el hecho de que en cualquier plano, y en cualquier punto, la medida de la curvatura del plano es negativa y constante. Hay un número infinito de geometrías de Lobachevsky, cada una de las cuales está caracterizada por un cierto parámetro fijo —un número negativo— que es la medida de la curvatura de un plano en tal geometría. Debe advertirse que «curvatura» es un término técnico y no debe ser entendido en un sentido literal. En la geometría euclidiana medimos la curvatura de una línea en cualquier punto tomando la recíproca de su «radio de curvatura». «Radio de curvatura» significa el radio de un cierto círculo que coincide, por así decirlo, con una parte infinitesimal de la línea en el punto en cuestión. Si una línea curva es casi recta, el radio de curvatura es grande. Si la línea es fuertemente curvada, el radio es pequeño. ¿Cómo medimos la curvatura de una superficie en un punto dado? Primero medimos la curvatura de dos geodésicas que se intersecan en tal punto y que se extienden en dos direcciones llamadas las «direcciones principales» de la superficie en dicho punto. Una dirección proporciona la máxima curvatura de una geodésica en tal punto, la otra da la curvatura mínima. Definimos luego la curvatura de la superficie en tal punto como el producto de las recíprocas de los radios de curvatura de las dos geodésicas.

Considérese, por ejemplo, el paso entre las montañas representado en la Figura 3. ¿Cómo medimos la curvatura de esta superficie en el punto *C*? Vemos que una geodésica, el arco *GCE*, se curva de manera cóncava, mientras la geodésica en ángulo recto a ella, el arco *FCD*, se curva de manera convexa. Esas dos geodésicas proporcionan la curvatura máxima y mínima de la superficie en el punto *C*. Es claro que si miramos esta superficie desde abajo, el arco *GCE* nos parecerá convexo y el arco *FCD* cóncavo, pero esto no importa, por convención llamamos a un lado positivo y a otro negativo. El producto de las recíprocas de esos dos radios nos da la medida de la curvatura de esa superficie en el punto *C*. En cualquier punto de esa superficie, un radio

de curvatura será positivo y el otro negativo, por lo que la medida de la curvatura de esa superficie será siempre negativa. Éste no es el caso con respecto a una superficie que es completamente convexa, tal como la de una esfera o un huevo. En tal superficie, las dos geodésicas, en las dos direcciones principales, se curvarán de la misma forma. Una puede curvarse más fuertemente que la otra, pero ambas se curvan de la misma manera. De nuevo no importa de qué lado veamos esta superficie, el producto de sus recíprocas será siempre positivo. Por lo tanto, en cualquier superficie convexa tal como la de una esfera, la medida de la curvatura será siempre positiva.

La geometría de Lobachevsky, representada por la superficie en forma de silla de montar, puede ser caracterizada de esta forma: para cualquier espacio de Lobachevsky, hay un cierto valor negativo que es la medida de la curvatura para cualquier punto y en cualquier plano de tal espacio. La geometría riemanniana, representada por la superficie esférica, puede ser caracterizada en una forma similar: para cualquier espacio riemanniano, hay un cierto valor positivo que es la medida de la curvatura para cualquier punto y en cualquier plano de tal espacio. Ambos son espacios de curvatura constante. Esto significa que, para cualesquiera de tales espacios, la medida de la curvatura en cualquier punto, y en cualquier plano, es la misma. Para poner esta diferencia en términos más claros, podría decirse que si k es la medida de la curvatura, en el espacio euclidiano $k = 0$; en el espacio de Lobachevsky $k < 0$; y en el espacio riemanniano $k > 0$.

La reformulación de lo *a priori* en la filosofía de la geometría de Hermann von Helmholtz

Debido a la extraordinaria versatilidad de sus intereses, Helmholtz ha sido frecuentemente citado como ejemplo de un universalista que hizo numerosas contribuciones en las más variadas áreas de investigación. Formado como médico, escribió varias obras dedicadas al análisis de la fisiología de los sentidos. Su *Manual de óptica fisiológica* (1856-1860), obra en 3 vols., pasó por más de tres ediciones y es considerada aún hoy un baluarte de la disciplina. En 1863 publicó su *Teoría de las sensaciones del tono,* que es igualmente importante para la acústica fisiológica.

En física-matemática, su artículo «Sobre la conservación de la energía» (1847) le ha valido una prominente posición en la historia de la física como pionero en el área de la termodinámica.

Pero Helmholtz no restringió su trabajo a la fisiología y a la física o aun a las ciencias naturales. También exploró cuestiones de estética, filosofía y matemáticas. Sin embargo, estas contribuciones a las más variadas y dispares disciplinas se encuentran profundamente imbricadas en el pensamiento de Helmholtz. En efecto, al ir desde una disciplina a otra no estaba dirigiendo su atención aleatoriamente a un número de problemas distintos; antes bien, sus intereses e investigaciones lo fueron conduciendo naturalmente a nuevos ámbitos que se imbricaban temática y conceptualmente con los anteriores. Así, su interés primario en el problema de la percepción, antes y durante la época de su *Óptica*, y la discusión en la que se imbricó con los allí llamados «intuicionistas», lo condujeron al problema específico de la percepción espacial, lo que lo motivó a explorar matemáticamente los fundamentos de los axiomas geométricos. A su vez, este trabajo matemático lo expuso a algunos resultados inesperados que lo condujeron a la pregunta epistemológica acerca de cuál es la geometría verdadera del espacio físico. Allí van a confluir sus resultados, tanto en fisiología como en matemáticas. Esta síntesis puede observarse con nitidez en quizás una de las piezas más profundas que sobre este tópico se hallan escrito alguna vez, «Los hechos en la percepción».

Mi interés fundamental en esta sección radica en la postura de Helmholtz sobre la relación entre experiencia y geometría pero, como acabo de esbozar, esos aspectos de su obra aparecen en medio de una amalgama más amplia y profunda que incluye tanto sus consideraciones sobre la estructura de la percepción, como su propio trabajo matemático. De este modo, antes de examinar sus aportes a la discusión en torno al fundamento epistemológico de los axiomas de la geometría, habré de exponer con alguna brevedad parte de sus contribuciones a la fisiología de los sentidos y a las matemáticas.

La fisiología de los sentidos y la naturalización de lo «a priori»

El interés de Helmholtz en la fisiología de los sentidos puede ser rastreado hasta el tiempo en que era estudiante bajo la direc-

ción de Johannes Müller.[5] Sus visiones sobre la cuestión son claramente el producto de varios factores e influencias contextuales, la más notoria de ellas la que provino de la «ley de las energías sensoriales específicas» de Müller.

En la ley de Müller, Helmholtz encontró una confirmación empírica de la teoría del conocimiento de Kant. Este punto es afirmado por Helmholtz tan temprano como en 1855, en su ensayo «Sobre la visión de los hombres», y reafirmado en el 3.º vol. del *Manual de óptica fisiológica* (en adelante *OP*),[6] en la sección que contiene un estudio histórico de las teorías sobre las impresiones sensoriales. Allí dice Helmholtz:

> El paso esencial para poner el problema en su verdadera luz fue dado por Kant en su *Crítica de la razón pura*, en la cual derivó todo el contenido real del conocimiento de la experiencia. Pero hizo una distinción entre ésta y aquello que en la forma de nuestras apercepciones e ideas es condicionado por la habilidad peculiar de nuestra mente. El pensamiento puro *a priori* puede producir sólo proposiciones formalmente correctas que, aunque puedan parecer absolutamente ciegas como leyes necesarias del pensamiento y la imaginación, no son de significación real para lo actual; y así nunca pueden capacitarnos para formar conclusión alguna acerca de los hechos de la experiencia posible. De acuerdo con esta visión, la percepción es reconocida como un efecto producido sobre nuestra facultad sensorial por el objeto percibido; este efecto, en sus determinaciones más minuciosas, es tan dependiente de lo que causa el efecto como de aquello sobre lo cual el efecto es producido. Este punto de vista fue aplicado a las relaciones empíricas por Johannes Müller en su teoría de las energías específicas de los sentidos [Helmholtz 1856/1925: 456].

Siguiendo las investigaciones de Goethe, Troxler, Steinbuch, Purkinje y otros, que habían insistido sobre la idea de que la luz, la oscuridad y el color eran energías esenciales inmanentes al sentido visual, Müller agregó sus propias observaciones sobre los fenómenos visuales subjetivos, dando lugar a su teoría de las «energías nerviosas específicas». Estas «energías» diferían de la

---

5. Johannes Müller (1801-1858) hizo contribuciones a la fisiología, anatomía y zoología. Desde 1838 a 1842, Helmholtz estudió bajo la dirección de Müller en la Universidad de Berlín.

6. Aquí se seguirá la edición inglesa traducida por James Southall en 1925.

mera «sensibilidad específica» en que intentaban dar cuenta del contenido cualitativo de las sensaciones que el sujeto construye. Al postular tales «energías» Müller ofreció el tipo de conexión de pensamiento y experiencia, de observación y teoría, que veía como la tarea más alta de la investigación fisiológica.

La idea subyacente era que las viejas funciones cognitivas kantianas estaban ahora materializadas en la estructura de nuestros órganos sensoriales y de ellos depende, casi completamente, el resultado de la percepción. Helmholtz asumió, como veremos más adelante, esta especie de «naturalización» de las facultades cognitivas kantianas; sin embargo, se alejó de las corrientes que interpretaron esta idea en el camino del innatismo. Para Helmholtz la percepción va a continuar conteniendo un elemento psicológico que no es reducible a lo meramente fisiológico.

La disputa entre las así llamadas escuelas «empírica» e «intuicionista» se centró sobre el grado en que nuestras percepciones sensoriales son aprendidas en la experiencia. Los «intuicionistas» sostuvieron que es muy poco lo aprendido a través de la experiencia, postulando mecanismos innatos que determinan fisiológicamente las percepciones. En contraste, Helmholtz le asignó un rol importante al aprendizaje en la determinación de nuestras representaciones perceptivas, siendo un punto muy ilustrativo de esta discusión el tema de la percepción espacial.

Helmholtz sostuvo que nuestras percepciones de profundidad, anchura, arriba y abajo, son debidas al aprendizaje a través de la experiencia del mundo. Los intuicionistas atribuyeron esas sensaciones a la fisiología intrínseca, esto es, a la existencia de uno o más órganos que poseen la capacidad perceptiva del caso. En una sección de la *OP* dedicada a la revisión de las teorías de la percepción corrientes en sus días, Helmholtz describe la interpretación intuicionista de este problema diciendo que el punto central de su propuesta radica en su insistencia en que la localización de las impresiones en el campo de la visión se deriva de un mecanismo innato, el cual o bien es acompañado de ciertos mecanismos aperceptivos espaciales, o bien la mente conoce directamente. Según Helmholtz los intuicionistas dejan este hecho completamente inexplicado.

Hering, quien fue el mayor antagonista de Helmholtz en este punto, llevó adelante con vigor su idea de que los mecanismos innatos determinan la forma de nuestra percepción espacial.

Hering asume que cuando los puntos individuales de la retina se encuentran en estado de estimulación, hay tres diferentes tipos de sensaciones espaciales paralelas a las sensaciones de color. Esas sensaciones espaciales son: altura, anchura y profundidad. Así, para Hering, la fisiología de nuestro ojo no sólo determina partes de la sensación como el rojo o el brillo, sino también nuestra percepción espacial.

En la *OP*, Helmholtz comienza enfatizando que las percepciones humanas no se deben simplemente a mecanismos fisiológicos sino que también están implicados procesos psíquicos. De acuerdo con Helmholtz, muchos fisiólogos y psicólogos han visto la conexión entre la sensación de un objeto y su concepción de una manera tan rígida que no han sido capaces de apreciar el hecho indubitable de que en la concepción de un objeto participan procesos psíquicos. Donde los intuicionistas postulaban una serie de mecanismos innatos que determinan nuestras percepciones espaciales, Helmholtz coloca una serie de experiencias inconscientemente aprendidas. Dice:

> Las actividades psíquicas que nos conducen a inferir que allí frente a nosotros, en un cierto lugar, hay un cierto objeto de ciertas características, no son generalmente actividades conscientes sino inconscientes. En su resultado ellos son equivalentes a una *conclusión*, en la medida en que la acción observada sobre nuestros sentidos nos capacita a formar una idea como la posible causa de esta acción; aunque como una cuestión de hecho, son simplemente las estimulaciones nerviosas las que son percibidas directamente, esto es, las acciones, pero nunca los objetos externos mismos [*ibíd.*: 430].

Aquí nos encontramos con un esbozo de lo que ha sido conocido como la «teoría de la inferencia inconsciente». Esta teoría fue diseñada para proveer una explicación de las operaciones mediante las cuales llegamos a formarnos representaciones de la existencia, forma y posición de los objetos externos, sobre la base de las sensaciones que surgen de la estimulación de la retina conjuntamente con las sensaciones de los músculos oculares. Así, la primera función de la teoría era proporcionar una explicación de los procesos mediante los cuales las sensaciones son integradas en percepciones. Al mismo tiempo, como puede percibirse en el párrafo anteriormente citado, Helmholtz conectó la teoría con cuestiones

de metafísica y teoría del conocimiento, y específicamente con el problema del mundo externo. Esta conexión tiene sus raíces en una analogía entre inferencia perceptiva e inferencia científica. Helmholtz prestó atención al papel que la experiencia y el experimento juegan en la contrastación de las hipótesis perceptivas y científicas acerca de la existencia y el carácter de los objetos naturales. Veamos con algo de detalle esta «teoría de la inferencia inconsciente». Como dijimos anteriormente, Helmholtz parte de la asunción básica de que sensación no es percepción, que la verdadera percepción visual resulta de la comprensión de las sensaciones y es, por lo tanto, un proceso psicológico; nosotros aprendemos a ver, y la visión resulta de juicios, conclusiones y deliberaciones de las cuales no somos conscientes. La presuposición básica de la teoría de la inferencia inconsciente es la idea de que nuestras sensaciones son meros «signos» de los objetos externos, cuyos significados aprendemos por experiencia a través de las asociaciones subjetivas.[7]

Helmholtz adoptó la posición de que la estimulación de una simple fibra en la retina produce no sólo una sensación de color, sino también un «signo local» peculiar a tal fibra. Como Steinbuch, opinó que originalmente tales signos no tienen significado especial, sino que lo obtienen sólo como resultado de procesos psicológicos subsiguientes. Por ejemplo, mi habilidad para localizar una mesa en el espacio tridimensional no está directamente dada en las simples sensaciones visuales y táctiles, porque ni a través del ojo ni de la mano se puede dar una representación directa de una magnitud espacial de tres dimensiones. Tal percepción requiere el conocimiento (inconsciente) de un gran número de regularidades entre las sensaciones simples, generadas por mi movimiento alrededor del objeto, rodeándolo y tocándolo. En su famosa conferencia «Progresos recientes de la teoría de la visión» de 1868, Helmholtz ejemplifica el punto como sigue:

> El niño comienza jugando con sus manos. Hay un momento en que no sabe cómo girar sus ojos o sus manos hacia un objeto que atrae su atención por su brillo o color. Cuando es un poco mayor, un niño mide cualquier cosa que se le presenta, la gira una y otra vez, la mira, la toca, y se la lleva a la boca... Después de que ha

7. El análisis detallado de la teoría de los «signos» lo haré en el tercer apartado de esta sección.

> investigado el juguete cada día y durante semanas, aprende todas las imágenes perspectivas que presenta; entonces lo abandona y quiere un juguete nuevo para manejar como el primero. Por este medio, el niño aprende a reconocer las diferentes visiones que el mismo objeto puede presentar, en conexión con los movimientos que constantemente les da. La concepción de la forma de cualquier objeto, obtenida de esta manera, es el resultado de asociar todas esas imágenes visuales [Helmholtz 1868*c*/1995: 194-195].

De este modo, la representación de un objeto surge a partir de la asociación de una gran masa de observaciones individuales. Tal representación es un concepto que comprende en su interior un número infinito de intuiciones particulares que se siguen unas a otras en el tiempo. El concepto así formado me proporciona un medio de reconocimiento ulterior de nuevos ejemplares en posiciones distintas. En este sentido, la habilidad para ver objetos en el espacio es primariamente una cuestión del entendimiento, y «el principio fundamental de la visión empirista es que las sensaciones son signos para nuestra conciencia, y la tarea del entendimiento consiste en aprender su significado» (Helmholtz 1856/1925: 533).

Asimismo, el proceso mediante el cual aprendemos a localizar objetos en el espacio es estrechamente análogo al procedimiento consciente de inferencia inductiva característico de las ciencias naturales, siendo el fundamento último de ambas el principio de causalidad. Este principio había jugado un papel importante en el pensamiento de Helmholtz desde un temprano trabajo de 1847 sobre la conservación de la energía, pero cambió radicalmente su sentido a partir de la época de la *OP*. En efecto, en el ensayo mencionado Helmholtz sostuvo una idea del principio de causalidad que apoyaba la hipótesis de un realismo causal. En la introducción a tal ensayo, Helmholtz describe «la meta última y propia de la ciencia natural» como comenzando con una parte experimental, donde uno busca describir los procesos naturales individuales mediante reglas generales que no son más que conceptos generales, y continúa hacia una parte teórica que busca, por contraste, encontrar las causas desconocidas de los procesos a través de sus efectos visibles; busca conceptualizarlos según la ley de causalidad.

Esto nos conduce eventualmente a descubrir las causas últimas e inalterables de los procesos naturales. Éstas serían los

puntos masa de la mecánica analítica, que interactúan mutuamente únicamente a través de fuerzas de atracción y repulsión independientes del tiempo y dependientes solamente de las distancias entre los puntos en cuestión. La posibilidad de reducir todas las apariencias de la naturaleza a esta base es la condición para la completa conceptualización de la naturaleza.

El principio de causalidad funciona aquí como un puente entre el mundo observable de las apariencias y las causas últimas e inobservables que se cree que subyacen y explican esas apariencias. En el contexto de la psicofisiología de la percepción el principio sirve a una función similar; a saber, para justificar nuestra inferencia de que existe un mundo de objetos externos. Según Helmholtz, nunca percibimos directa e inmediatamente los objetos del mundo externo, sino únicamente los efectos que esos objetos ejercen sobre nuestro aparato nervioso. De tal manera, sólo a través de una inferencia suponemos que hay algo en el mundo que es la causa de nuestras excitaciones nerviosas. Es decir, dado que experimentamos ciertas afecciones en nuestro aparato sensorial, eso nos autoriza a afirmar que tales experiencias son causadas por algo externo a ellas mismas. Por esta precisa razón, el principio de causalidad no puede ser una proposición empírica, pues es requerida antes de que pueda darse la experiencia de las cosas externas objetivas en general: «... así, la investigación de la percepción sensorial nos conduce también a aquel conocimiento ya encontrado por Kant, que la proposición "no hay efecto sin causa" es una ley de nuestro pensamiento dada con anterioridad a toda experiencia» (citado en Friedman 1997: 30).

De este modo, en este estadio del pensamiento de Helmholtz, el principio de causalidad es la base de una versión de la teoría de la percepción realista causal. Detrás del velo de la percepción de nuestras sensaciones hay un mundo de objetos externos en el espacio, un mundo que podemos obtener epistémicamente únicamente vía una inferencia desde los efectos observados a las causas inobservadas. Sin embargo, en la época de la *OP* y más abiertamente quizás en la formulación más clara de su propuesta epistemológica en «Los hechos en la percepción», su concepción acerca del principio de causalidad cambió considerablemente.

En este último trabajo caracteriza tanto al realismo causal como al idealismo subjetivo como «hipótesis metafísicas» y afirma, en una frase bien conocida, que «... lo que podemos encontrar sin ambigüedad, y no como un hecho hipotético, es la lega-

lidad de los fenómenos» (Helmholtz 1878/1977: 138). La ley de causalidad continúa siendo una ley dada *a priori*, una ley trascendental, debido a que la legalidad continúa siendo la condición para la conceptualización de las apariencias de la naturaleza. Pero este principio ya no puede servir para apoyar un realismo causal como el sostenido antes —para la postulación de un reino de objetos desconocidos más allá de las apariencias— sino que es, por el contrario, un principio que gobierna las apariencias mismas y que es, por lo tanto, *constitutivo* de las relaciones entre nuestras sensaciones y su relación con un mundo externo.

Los «hechos» que están en la base de la geometría: el axioma de movilidad libre

El primer trabajo matemático de Helmholtz, «Sobre el fundamento real de la geometría» (1866), es un artículo pequeño y general. Sus temas fueron ampliados y desarrollados con gran precisión matemática en un segundo artículo, «Sobre los hechos que están en la base de la geometría» (1868). En este último trabajo, Helmholtz deja claro que él comenzó sus investigaciones debido a sus intereses en la percepción espacial. Dice: «Mis investigaciones sobre la intuición especial en el campo de la visión me indujeron también a comenzar investigaciones sobre la cuestión del origen y la naturaleza esencial de nuestra intuición general del espacio» (Helmholtz 1868*b*/1977: 39).

En el desarrollo de estas investigaciones, Helmholtz encontró una pregunta cuya respuesta él creía que también pertenecía a las ciencias exactas; a saber, ¿qué proposiciones de la geometría tienen un sentido objetivamente válido y cuáles son meras definiciones o consecuencias de definiciones y, por ende, del modo escogido de expresión? Como es notorio, la pregunta de Helmholtz inquiere acerca de los fundamentos de la geometría, pero vista ésta como la ciencia del espacio físico.

Después de que había comenzado, pero aún no publicado, sus investigaciones, se percató de que el trabajo de Riemann «Sobre las hipótesis que están en la base de la geometría» había tratado su mismo tópico. Pero aunque los paralelos entre las obras de Riemann y Helmholtz son sorprendentes, hay una diferencia esencial entre sus puntos de vista que se enfatiza ya en el

título de su segundo trabajo, donde se habla de «los *hechos* que están en la base de la geometría» y no sólo «las *hipótesis*».

En la teoría de Riemann sólo el principio más general de la geometría física, que establece que el espacio es lo que Riemann llama una «variedad» (*Mannigfaltigkeit*), pasa por un principio *a priori* que se sigue directamente del concepto de espacialidad.

Riemann comenzó sus investigaciones a partir del reconocimiento de que todas las presentaciones tradicionales de la geometría presuponían el concepto de espacio y los conceptos fundamentales usados en las construcciones espaciales. Sin embargo, las definiciones puramente nominales de esos conceptos no iluminaban con suficiente luz las propiedades y relaciones esenciales que se supone que pertenecen a esos conceptos.

Consecuentemente, Riemann cree que para quitar esta oscuridad de los fundamentos de la geometría debía comenzarse con la clarificación del concepto general del cual el concepto de espacio no es sino una instancia. Él define tal concepto como el concepto de una cantidad múltiplemente extendida (*mehrfach ausgedehnte Grösse*), y propone construirla desde conceptos cuantitativos generales. Esta construcción mostrará que una cantidad extendida de n-tuplos admite diversas «relaciones métricas», de modo que el espacio constituye sólo un caso especial de una cantidad triplemente extendida. En efecto, Riemann concibe a una *cantidad múltiplemente extendida* como una instancia particular de una suerte de entidad más general que llama una *Mannigfaltigkeit*, *i.e.*, una variedad. Según Roberto Torretti,[8] una *variedad*, en el sentido de Riemann, es lo que hoy llamaríamos un conjunto[9] (aunque el conjunto vacío y el conjunto unitario no contarían para él como variedades). De acuerdo con Torretti, Riemann introduce su noción de *variedad* de una forma peculiar. Nos dice que los conceptos cuantitativos sólo son aplicables

---

8. Véase el cap. 2, sección 2.2.6 de su *Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré* (1978).

9. La noción fundamental que Riemann explota es la de «variedad diferenciable». Desde un punto de vista técnico, una «variedad diferenciable» puede ser definida de la manera siguiente: Sea S un conjunto cualquiera. Llamaremos *carta* de S a una función biyectiva que aplica un subconjunto de S sobre un abierto de $\Re n$. Un *atlas diferenciable* de S es una colección *A* de cartas de S que cumple los dos requisitos siguientes: 1) cada punto de S está contenido en el dominio de por lo menos una carta de *A*; 2) si f y g son cartas de *A*, las funciones compuestas $f \circ g - 1$ y $g \circ f - 1$ son lisas dondequiera estén definidas. El conjunto S, provisto del atlas *A*, es una variedad diferenciable n-dimensional.

si se da un género que puede ser especificado en una variedad de formas. Las especificaciones de un género conforman una *variedad*, que es continua si hay una transición continua de una especificación a otra, o discreta si no la hay. Las especificaciones que constituyen una *variedad* discreta son llamadas los *elementos* de la variedad, los que forman una variedad continua son sus *puntos*. Aunque Riemann admite la posibilidad de que el espacio sea una variedad discreta, se interesa casi exclusivamente con variedades continuas y da de éstas sólo dos ejemplos comunes; a saber, los colores y la localización de los objetos de los sentidos. Pero las matemáticas suministran un vasto conjunto de ellos. Riemann cree que las variedades continuas caen dentro de dos clases: las *cantidades múltiplemente extendidas* y las que podrían llamarse *cantidades infinitamente extendidas*. Mientras que un punto de una *cantidad múltiplemente extendida* puede ser referido mediante un n-tuplo de números reales, para referir un punto en una *cantidad infinitamente extendida* uno necesita una secuencia infinita de números reales.

Ahora bien, como decíamos hace un momento, Riemann sostiene que una *cantidad triplemente extendida* admite diversas relaciones métricas, las cuales son investigadas de una manera puramente analítica desde el concepto cuantitativo en cuestión. De entre estas diversas relaciones métricas, habrá una que coincidirá con los hechos de la experiencia, con el espacio físico, por lo cual esas determinaciones no son más que hipótesis que esperan ser confirmadas o refutadas por la experiencia. En su carácter de hipótesis científicas estos rasgos del espacio físico nunca podrán obtener completa precisión y certeza. Esto con una salvedad: para Riemann, el número de dimensiones del espacio físico, aunque algo factual, es conocido con una casi impecable certeza a través de hechos simples y familiares. Pero todos los otros principios fundamentales de la geometría son válidos sólo aproximadamente dentro de los límites de la observación, y están sujetos a revisión.

Helmholtz, por su parte, también estaba interesado en distinguir entre los elementos lógicamente necesarios de nuestra geometría y los que eran abstracciones de la experiencia. Pero, como señalamos antes, también estaba preocupado por los hechos que se ajustan más a nuestra experiencia actual, *i.e.*, por el aprendizaje inconsciente fundamental a la sensación. Entre to-

dos los hechos escoge aquellos que encuentra más necesarios para las conclusiones inconscientes que gobiernan la percepción espacial. Por lo tanto, en lugar de comenzar, como Riemann, con la hipótesis más simple, la cual luego se ajustará o no al espacio actual, comienza con el hecho que distingue al espacio de otras variedades múltiplemente extendidas, un hecho desde el cual se deducirá posteriormente la fórmula de la distancia de Riemann. Este hecho es que la medida primaria del espacio está basada enteramente en la observación de la congruencia. Y la congruencia es posible únicamente si suponemos que las figuras poseen una movilidad incondicionalmente libre, sin distorsión, en todas las partes del espacio. Es decir, que no puede hablarse de congruencia a menos que los cuerpos fijos o los puntos del sistema puedan moverse sin alteración de su forma.

Helmholtz estableció la importancia de la congruencia para el espacio euclidiano no basándose en criterios analíticos, sino sobre una base experimental. Y sobre esta base encontró insatisfactoria la aproximación de Riemann, debido a que no reflejaba la parte experimentalmente necesaria de nuestra concepción del espacio. Un ciego, por ejemplo, puede entender la geometría sin estar familiarizado con un rayo de luz, pero no sin entender la congruencia a través del sentido del tacto; así, la fórmula de Riemann para la distancia no es fundamental en la forma en que la congruencia de los cuerpos rígidos lo es. No es que Helmholtz no estuviera de acuerdo con la fórmula tal cual era obtenida por los medios puramente analíticos, sino que no satisfacía su interés en las experiencias que determinan nuestras construcciones geométricas.

De este modo, en la congruencia de los cuerpos rígidos y su libre movimiento en el espacio, Helmholtz creyó que había especificado las experiencias que determinan nuestro espacio. Con la condición de que el espacio es tridimensional e infinito sumada al movimiento de los cuerpos rígidos estableció que el espacio era estrictamente euclidiano. Sin embargo, la ilusión de que la congruencia era tanto experimental como analíticamente adecuada para definir nuestra percepción espacial fue mitigada por la aparición de dos artículos de Eugenio Beltrami, en 1867 y 1868 respectivamente, y que describían una geometría pseudoesférica. En esos trabajos, Beltrami mostró que había una forma de interpretar el espacio de curvatura constante en un área limitada, a través de la geometría euclidiana. Helmholtz reconoció

de inmediato su descuido y agregó en 1868 un *addendum* a su artículo de 1866 donde decía que simplemente había pasado por alto la posibilidad del espacio de curvatura negativa constante de Beltrami, admitiéndolo en su construcción. Incluir una geometría no-euclidiana en su formulación experimental básica de los axiomas geométricos planteaba una pregunta muy básica para Helmholtz; a saber, ¿qué es lo que determina que nuestra experiencia del espacio sea euclidiana y no pseudoesférica? La discusión filosófica de Helmholtz sobre los axiomas de la geometría intenta resolver este problema, y será tratada en nuestra siguiente sección.

La «aprioricidad» del espacio y el carácter empírico de los axiomas de la geometría

Como hemos dicho anteriormente, los trabajos finales de Helmholtz tuvieron un propósito ante todo epistemológico, pero en esta formulación final confluyen los resultados de tantos años de investigación sobre la fisiología de los sentidos y las matemáticas. Así, en «Los hechos en la percepción», tal vez el trabajo donde esta síntesis se expresa más claramente, Helmholtz comienza sus reflexiones con consideraciones acerca de la sensación.

Según Helmholtz, existen dos clases de diferencia entre los diversos tipos de sensaciones. La diferencia más importante, que llama «diferencia en la modalidad de la sensación», es la que proviene de la diferencia en sensaciones que pertenecen a diferentes sentidos. Esta diferencia es tan profunda que no permite transición alguna entre una sensación y otra. Esto sería como pretender encontrar similitudes entre sensaciones de color y de gusto, por ejemplo. El segundo tipo de diferencias, que llama «diferencias de cualidad», al provenir de diferencias entre sensaciones pertenecientes a un mismo sentido, no es tan incisivo y permite la transición y comparación de unas y otras. Por ejemplo, podemos hacer la transición desde el azul a través del violeta y del carmesí hacia el escarlata, y decir que el amarillo es más similar al naranja que el azul. Lo que estas investigaciones muestran, según Helmholtz, es que el primer tipo de diferencias en las sensaciones no depende en absoluto del tipo de fenómeno externo de donde la sensación es causada, sino pura y exclusivamente

del nervio sensorial afectado. Por ejemplo, la excitación del nervio óptico sólo produce sensaciones de luz, no importa si lo que afecta a dicho nervio sea la luz objetiva, una corriente eléctrica que pasa a través del ojo, la presión sobre el globo ocular, o alguna otra causa. Este hecho es reforzado por la circunstancia de que, en principio, las mismas causas provocan sensaciones completamente diferentes según el órgano específico que afectan. Así, las mismas vibraciones del aire son sentidas como movimientos temblorosos por la piel y por el oído como una nota.[10]

De igual manera, aún dentro del rango de cualidades de cada sentido individual (el rango de sabores u olores posibles, por ejemplo) donde, de acuerdo con Helmholtz, el tipo de objeto que ejerce la influencia al menos codetermina la cualidad de la sensación producida, encontramos que el aporte del órgano en esa determinación es mucho más importante que el que viene del objeto. En este aspecto, la comparación de ojo y oído, según Helmholtz, es instructiva. Según Helmholtz, los objetos de ambos sentidos, la luz y el sonido, son movimientos oscilatorios[11] cada uno de los cuales excita diferentes sensaciones de acuerdo con la rapidez de la vibración: en el ojo diferentes colores, en el oído diferentes tonos. Si intentamos referir las relaciones de frecuencia de la luz en términos de intervalos musicales formados por las correspondientes frecuencias de tonos, encontraremos que el oído es sensible a diez octavos de tonos diferentes, el ojo sólo a seis, aunque ocurren las mismas frecuencias para ambos y pueden ser demostradas físicamente. De acuerdo con la teoría de Young y Helmholtz sobre las sensaciones de color, el ojo tiene en su pequeña escala sólo tres sensaciones básicas distintas desde las cuales se componen todas las cualidades por adición, éstas son las sensaciones de rojo, verde y violeta azulado. El oído, por otro lado, distingue entre un enorme número de sonidos de diferente tono. Dos acordes compuestos de diferentes tonos no suenan parecidos, mientras que con el ojo éste es el caso.

Lo importante que muestran estos casos es que todas las diferencias en el modo de acción de la luz o el sonido son condicio-

---

10. Aquí se encuentra expresada la teoría de las «energías sensoriales específicas» de Müller a la que me referí anteriormente.

11. Téngase en cuenta que en la época en que Helmholtz escribía, la luz aún era considerada un movimiento material, de todas maneras el hecho de que hoy no sea así no afecta al ejemplo de Helmholtz.

nadas por la forma en que reacciona el aparato nervioso. Esto nos conduce a considerar el tema de las propiedades de los objetos. En la sección 26 de la *OP*, Helmholtz analiza con más detenimiento dicho tema. Allí dice, en primer lugar:

> Respecto a las *propiedades* de los objetos del mundo externo, una pequeña reflexión muestra que todas las propiedades adscritas a ellas por nosotros sólo caracterizan *efectos* que ejercen, o bien sobre nuestros sentidos, o bien sobre otros objetos en la naturaleza. El color, el sonido, el gusto, el olor, la temperatura, la suavidad y la solidez pertenecen a la primera clase, caracterizan efectos sobre nuestros órganos sensoriales (Helmholtz 1856/1925: 588).

De acuerdo con lo antedicho, las propiedades de los objetos se caracterizan según la reacción que estos objetos provocan o bien en nuestros órganos sensoriales o sobre otros objetos en la naturaleza. La suavidad y la solidez caracterizan el grado de resistencia que los cuerpos con los cuales entramos en contacto ofrecen o bien al deslizamiento de la mano o a su presión. Para casos como el de la elasticidad y el peso, otros cuerpos naturales pueden tomar el lugar de la mano. Del segundo tipo son, por ejemplo, las propiedades químicas, esto es, propiedades que surgen de la interacción de dos o más sustancias.

Según Helmholtz, las propiedades de los objetos en cuanto efectos producidos por otro objeto descansan en la fuerza que los diferentes cuerpos ejercen unos sobre otros,[12] de modo que sin fuerza no hay propiedades, salvo las de «su diversa distribución en el espacio y su movimiento». Así, estas últimas podrían ser caracterizadas como «propiedades primarias» que los objetos poseen, los atributos intrínsecos de la materia. El resto sólo hacen su aparición en la medida en que se imbrican en la correspondiente relación con otro cuerpo natural o con nuestros órganos sensoriales. Es importante resaltar que Helmholtz sostiene que el segundo tipo de propiedades, que distingue entre aquellas que surgen por la interacción de dos objetos y las que surgen por la interacción de un objeto y un órgano sensorial, son propiedades que podríamos llamar «relacionales», dado que no pertenecen a

12. Heidelberger (1993) ha llamado a esta idea de Helmholtz «interaccionismo experimental» y ha rastreado sus raíces en la teoría de la autoconciencia de Fichte, la cual relaciona la postulación de ésta con un principio de acción sobre los objetos externos.

ninguno de los objetos participantes en la interacción considerados individualmente, sino que «la clase de efecto debe naturalmente depender siempre de las peculiaridades tanto del cuerpo que ejerce un efecto como del cuerpo sobre el cual un efecto es ejercido» (*ibíd.*: 588).

Según Helmholtz, este hecho parece obvio cuando consideramos ejemplos del primer tipo, esto es, casos como el de las reacciones químicas, donde a partir de distintas sustancias o elementos que interactúan surge una sustancia con propiedades nuevas. Sin embargo, si examinamos con detenimiento el segundo tipo —las propiedades que se originan a partir de la interacción de un objeto y un órgano sensorial—, vemos que se sigue exactamente lo mismo. Pues lo que se tiende a olvidar, según Helmholtz, es el hecho simple de que nuestros órganos sensoriales son también un «reactivo» sobre el cual los objetos provocan reacciones. De este modo, las sensaciones de color, sabor, olor, calor y frío, dependen esencialmente del tipo de órgano sobre el cual la acción es ejercida. Esto es, las sensaciones están modeladas sobre la estructura de nuestros órganos sensoriales, y de allí obtienen parte de su determinación, estando la otra parte determinada por el tipo de objeto que ejerce la acción.[13]

Ahora bien, si nuestras sensaciones son efectos producidos en nuestros órganos sensoriales por causas externas, y si el modo en que tal efecto se expresa depende naturalmente del tipo de aparato sobre el cual el efecto es producido, podría decirse que las cualidades de nuestras sensaciones nos dan un «informe» de lo que es peculiar a la influencia externa de donde es afectada. Pero, según Helmholtz, este «informe» no es más que un *símbolo*, un *signo* de lo que provoca la afección sensorial. Es importante señalar de inmediato con Helmholtz que un signo no es de ninguna manera ni tiene por qué estar relacionado con la idea de imagen. Un signo, para ser considerado tal, no tiene que mantener con aquello de lo que es un signo relación alguna de semejanza. La relación que se da entre signo y designado está restringida a la idea de que los mismos objetos bajo las mismas condiciones provocarán los mismos signos, y que signos distintos corresponderán siempre a influencias distintas. Volveré a este punto en un momento.

---

13. Las distintas cualidades que componen el rango de cualidades de un nervio específico ilustran el componente particular de la experiencia.

Al evitar hablar de «semejanza» en la relación entre signo y designado, se evita también hablar de «veracidad» en el sentido en que nuestras imágenes se corresponden de manera directa con aquello que reflejan. En la *OP*, Helmholtz sostiene que las representaciones verdaderas son aquellas que nos conducen a una conducta apropiada; la conducta exitosa es una indicación de la corrección de los juicios que se toman como base. Así lo expresa con convicción:

> Por lo tanto, es mi opinión que no puede haber ningún sentido en general en hablar de alguna otra clase de verdad de nuestras representaciones que un sentido práctico. Nuestras representaciones de las cosas *no pueden* ser otra cosa que símbolos —naturalmente signos para las cosas que aprendemos a usar para regular nuestros movimientos y nuestra conducta. Si hemos de aprender a leer esos símbolos correctamente, estamos en una posición de ordenar nuestra conducta con su ayuda, tal que ésta tendrá el resultado deseado, *i.e.*, tal que las sensaciones esperadas ocurran (*ibíd.*: 230).

Si partimos de la base de que nuestras sensaciones son signos o símbolos que surgen como resultado de la afección de nuestros órganos sensoriales, es menester que aprendamos a leer estos signos, esto es, que aprendamos a leer la estructura que domina su secuencia con el fin de predecir nuestras próximas sensaciones. Si los juicios en los cuales capturamos las relaciones de frecuencia entre las sensaciones nos permiten predecir nuevas, esto es, nos ayudan a regular nuestra conducta futura, entonces esos juicios son verdaderos. Asimismo, aprender a leer las relaciones en las que nuestras sensaciones, en tanto signos de las cosas que las causan, aparecen, nos autoriza a formarnos una representación de la legalidad de los procesos del mundo actual. Es decir, afirmamos cierta legalidad en la naturaleza como algo que proyectamos desde el orden de nuestras sensaciones. Lo que la legalidad de la naturaleza sea queda constituida según el modo en el cual nuestro aparato sensorial se encuentra regulado. Esto no significa que ese orden legaliforme de lo actual sea sólo un constructo subjetivo, sino que el reconocimiento de que nuestras sensaciones son *signos* causados por *algo* nos asegura un componente que codetermina esa legalidad. No debemos olvidar que la legalidad es también una propiedad «relacional».

> Así, aunque nuestras sensaciones, respecto a su cualidad, son sólo signos cuyo carácter particular depende de nuestra propia constitución, no han de ser desechadas como meras apariencias, sino que son precisamente signos de *algo*, sea esto algo que existe o acontece, y —lo que es más importante— ellas pueden formar para nosotros una imagen de la ley de esta cosa que está aconteciendo (Helmholtz 1878/1977: 122).

Ahora bien, parcialmente inspirado en las observaciones anteriores y siguiendo autoconscientemente el camino abierto por Kant en esta materia, Helmholtz comienza su discusión acerca del espacio en los siguientes términos: «Supóngase que preguntamos si hay una característica común, perceptible en la sensación inmediata, de donde pueda caracterizarse toda percepción que se relacione con objetos en el espacio» (*ibíd.*: 123). Y responde: «Entonces, encontramos de hecho tal característica en la circunstancia de que el movimiento de nuestro cuerpo nos coloca en diferentes relaciones espaciales con los objetos percibidos, y de allí también altera la impresión causada por ellos sobre nosotros» (*ibíd.*: 123).

Hay varias cosas de suma importancia que se siguen de estas observaciones de Helmholtz. En primer lugar, se encuentra la afirmación fundamental —sobre la cual va a descansar toda su teorización acerca del espacio— de que nuestra percepción de las relaciones espaciales entre los objetos depende del movimiento de nuestro cuerpo. Esta asunción de Helmholtz tiene un origen fisiológico; a saber, de que es perceptible en nosotros que cuando nos movemos ponemos en un estado de excitación nuestros nervios motores, que su estimulación pasa a través de los músculos y que ésos consecuentemente se contraen y mueven los miembros. A su vez, cuando provocamos impulsos de esta suerte encontramos que las sensaciones que pertenecen al rango de cualidades que se relacionan con los objetos espaciales pueden ser alteradas. Esto es, a partir del movimiento voluntario de nuestro cuerpo pueden cambiar las relaciones espaciales entre los objetos. De este modo, el espacio aparecerá imbuido con las cualidades de nuestras sensaciones de movimiento, esto es, con las cualidades que se siguen de la fisiología que gobierna nuestro movimiento corporal.

Desde este punto de vista, al igual que las sensaciones de color, sabor y frío, el espacio es una forma subjetiva de intuición. No

obstante, es imperativo notar aquí que, aunque Helmholtz se esté moviendo en el terreno del discurso sobre afecciones sensoriales, y sobre nuestra capacidad de movimiento para alterar dichas afecciones, no se está refiriendo meramente a la intuición empírica. La noción misma de un cuerpo rígido que se mueve sin que su forma se altere, a pesar de provenir de los hechos fisiológicos, no es un hecho simple y llano. En efecto, estrictamente hablando no hay cuerpos absolutamente rígidos; toda pieza sólida de materia tiene la tendencia a sufrir deformaciones bajo la influencia del calor, la gravitación, etc. Entonces, ¿cómo habremos de juzgar la permanencia de la forma, el carácter plano de los planos y la rectitud de las líneas rectas? Sólo, según Helmholtz, si poseemos la idea de un cuerpo perfectamente rígido. Y la idea de tal cuerpo sólo puede ser «concebida como trascendental en el sentido de Kant; a saber, como formada independientemente de la experiencia actual, la cual no necesita corresponderse exactamente con ella, al igual que los cuerpos naturales de hecho no se corresponden exactamente con la noción que hemos obtenido de ellos por inducción» (Helmholtz 1870/1962: 245).

De esta forma, el concepto de un cuerpo rígido debe ser visto, si Helmholtz está en lo correcto, como un concepto constitutivo de la experiencia física, esto es, como un concepto trascendental en el sentido de Kant. Sin embargo, lo novedoso del planteo de Helmholtz es que este concepto *a priori* no funciona como en el esquema kantiano, como en necesidad de una esquematización vía la intuición pura del tiempo, sino como un principio puramente intelectual que gobierna la organización de las sensaciones sin mediación alguna. Por lo tanto, dado que la construcción de nuestras nociones espaciales se rige o queda constituida por el concepto *a priori* del libre movimiento de los cuerpos rígidos, el espacio mismo es una forma subjetiva *a priori*.

Ahora bien, una vez que hemos establecido el concepto de libre movimiento de los cuerpos rígidos como la base de la comprensión de todas las percepciones que se relacionan con objetos espaciales, surge la cuestión de cuáles son las relaciones que esta estructura viene a determinar, esto es, qué peculiaridades específicas de nuestra percepción espacial son derivadas de esa fuente. A partir de esta cuestión, Helmholtz se va a enfrentar a la concepción kantiana que sostiene que nuestra noción de espacio como intuición pura nos restringe a un universo de propiedades y relaciones puramente euclidianas.

En orden a derivar las propiedades más generales del espacio del concepto de libre movimiento de los cuerpos rígidos, Helmholtz parte de la situación hipotética de un individuo que no ha tenido experiencia alguna. Este individuo conoce los efectos de sus estados nerviosos sólo en la medida en que ha aprendido cómo mediante la ocurrencia de un primer estado nervioso o por la ejecución de un segundo contraimpulso puede colocarse a sí mismo en el estado anterior desde el cual fue movido. La importancia de esta habilidad para colocarse y moverse desde ciertos estados nerviosos radica en que el sujeto lo hace independientemente de cualquier comprensión del mundo externo, esto es, valiéndose únicamente del impulso de su voluntad. A la corriente de sensaciones en un lapso de tiempo que se obtendrían a partir de los movimientos voluntarios de un sujeto, Helmholtz las llama las «presentables» para tal período de tiempo. Asimismo, al agregado de sensaciones que es objeto de la percepción actual lo llama un agregado «presente». De este modo, en cualquier instante de tiempo, el sujeto se encuentra en relación con cierto rango de «presentables» desde las cuales por un acto de movimiento voluntario puede hacer «presente» una de ellas, esto es, puede volverla objeto de su percepción actual. Por lo tanto, el sujeto debe tener «ante sí» disponible durante ese lapso de tiempo a cada presentable individual, presentable que podría observar en cualquier momento que quisiera. De esto se sigue la posibilidad de adquirir la representación de una «existencia perdurable de diferentes cosas al mismo tiempo una al lado de la otra» (*ibíd.*: 125). Permítaseme ilustrar el punto con un ejemplo. En el intervalo de tiempo en que me encuentro escribiendo este trabajo, estoy enfrentado a un medio ambiente de objetos en reposo. En la medida en que puedo ponerme en relación con esos objetos, permaneciendo yo mismo en reposo o poniéndome en movimiento a su alrededor, genero un cúmulo de sensaciones potenciales correspondientes a esos objetos. Así, podría tener la sensación visual de mi gata durmiendo sobre el pupitre, de los gatitos de madera que adornan los estantes, de varios libros a mi alrededor, del disco de Mozart que contiene las sinfonías *Salzburgo*. Todas estas sensaciones conforman las «presentables» para ese momento del tiempo, esto es, el rango de sensaciones definidas por ciertos movimientos voluntarios. Según Helmholtz, esas sensaciones (y otras muchas más) se encuentran a mi disposi-

ción durante ese momento del tiempo, esto es, conforman un campo de sensaciones posibles para determinado grupo[14] de impulsos de mi voluntad. En cualquier instante soy capaz, mediante un impulso de mi voluntad, de llevar a cabo una de esas posibles sensaciones, por ejemplo, de prestar atención a mi gata que duerme sobre el pupitre. De esta «permanencia» de mis sensaciones, de su disponibilidad, puedo inferir que hay cierta relación entre ellas que corresponde a la relación de *estar una a lado de la otra*.[15] Ésta es una relación espacial.[16]

El movimiento de nuestro cuerpo en cuanto resultado de un impulso de nuestra voluntad libre es la fuente fundamental de nuestra percepción de relaciones espaciales. En el desarrollo de esta intuición espacial como parte del movimiento corporal juega un papel esencial nuestro sentido del tacto. A través de él se constituye gran parte de nuestra estructura de relaciones espaciales. Por ejemplo, moviendo nuestros dedos sobre los objetos llegamos a conocer la secuencia en la cual las impresiones se ofrecen. Esta secuencia no está unívocamente determinada por ciertos elementos a través de los cuales uno siempre deba ir, adelante o atrás, en el mismo orden, sino que tiene la forma de una superficie donde las impresiones se encuentran «una al lado de otra». No obstante, las distintas superficies requieren diferentes movimientos para deslizarse sobre ellas; si los objetos que se tocan se mueven, debe agregarse una tercera dimensión. Además del orden secuencial de las impresiones, a través del tacto y del movimiento se obtienen relaciones de magnitud observando la congruencia de la mano con partes o puntos de la superficie de los cuerpos. De esta forma, los rasgos

---

14. Helmholtz fue el primero en aplicar ciertos conceptos fundamentales de las matemáticas a cuestiones epistemológicas. No obstante, en el momento en que él escribió, el concepto algebraico de grupo no había sido reconocido como el instrumento universal del pensamiento matemático que fue más tarde. En Poincaré ya encontramos ideas mucho más maduras al respecto y un tratamiento explícito de la teoría del espacio a través de la aplicación de dicho concepto. No obstante, no es hasta que Felix Klein propusiera su Programa de Erlanger, en el cual se utiliza la teoría de grupos para reformular el contenido entero de la geometría, que esto cobra una mayor importancia. Como veremos más adelante, Cassirer convirtió a esta idea en el centro de su teoría de lo *a priori*.

15. De inmediato se aclarará que el «estar una al lado de otra» no implica de ninguna manera una secuencia lineal de las sensaciones sino más bien una secuencia en forma de superficie o, en la terminología de Riemann, una variedad de segundo orden.

16. Debe agregarse que, según Helmholtz, no es necesario postular ningún objeto subyacente a las sensaciones, la relación espacial «surge» únicamente mediante el impulso de la voluntad.

más esenciales de la intuición espacial, que se siguen del concepto de libre movimiento de los cuerpos rígidos son, para Helmholtz, la idea de una existencia perdurable de cosas al mismo tiempo una al lado de otra y en las cuales las magnitudes pueden ser obtenidas por relaciones de congruencia.

Ahora bien, apoyándose en esta concepción Helmholtz dirige su crítica a Kant intentando mostrar que éste se equivocó al sostener que el espacio como una intuición dada *a priori* contiene «ciertas especificaciones más estrechas expresadas en los axiomas de la geometría», en lugar de ver a esa intuición como «en sí misma vacía de cualquier contenido, y dentro de la cual cualquier contenido arbitrario de la experiencia se conformaría» (Helmholtz 1868*a*/1977: 2). Como ya lo sugiere esta última cita extraída de «Sobre el origen y significación de los axiomas de la geometría», Helmholtz no rechaza la concepción kantiana del espacio como intuición dada *a priori*, lo que rechaza es que contenga especificaciones como las que se encierran en los axiomas de Euclides. En efecto, al final del segundo apéndice a «Los hechos en la percepción» Helmholtz dice: «La doctrina de Kant de las formas de intuición dadas *a priori* es una expresión clara y muy afortunada del estado de cosas; pero esas formas han de ser vacías de contenido y libres en una medida suficiente para absorber cualquier contenido que pueda presentar la forma relevante de percepción» (Helmholtz 1878/1977: 162).

Entonces, ¿cómo concibe Helmholtz esta forma de intuición dada *a priori*? Para hacer esta idea más clara, Helmholtz propone una analogía: es propio de la naturaleza de nuestra facultad visual que todo lo veamos como un agregado de superficies coloreadas —«ésta es su forma de intuición». Pero esto no determina en ninguna forma cómo los colores que vemos actualmente están uno al lado de otro o cómo se suceden. De la misma forma, la representación de todos los objetos externos en relaciones espaciales podría ser la forma dada *a priori* en la cual sólo podemos representarnos tales objetos; pero esto no implica que ciertas percepciones espaciales deban ir juntas, por ejemplo que si un triángulo es equilátero la suma de sus ángulos debe ser igual a 180º. Helmholtz enfatiza que la forma general de la extensión espacial, en cuanto dada *a priori*, debe ser completamente indeterminada. Sin embargo, esto no puede significar que no tenga determinación alguna. Un pasaje en «Sobre el origen y significa-

ción de los axiomas de la geometría» afirma que al menos el número de dimensiones es una propiedad definida de la forma general de nuestro sentido externo. Allí se dice:

> Ocurre otra cosa con las tres dimensiones del espacio. Todos nuestros medios de intuición mediante los sentidos se extienden a un espacio de tres dimensiones, y la cuarta dimensión no sería una mera modificación de lo que existe, sino algo completamente nuevo. Así, aunque sólo en cuanto a nuestra constitución corporal, nos encontramos absolutamente incapaces de imaginar una forma de concebir intuitivamente una cuarta dimensión [Helmholtz 1868*a*/1977: 23].

Ya que el número de dimensiones del espacio es concebido por Helmholtz en conexión con su estructura múltiple, la consistencia requiere que también veamos a esta estructura como incluida en la forma de la extensión. Esto no significa, por supuesto, que la noción matemática de una variedad diferenciable sea conocida por los niños. Lo que significa, si algo significa, es que dicha noción surge de nuestro intento de analizar y recomponer intelectualmente una idea natural del espacio con la que siempre hemos sido familiares. Si esto es correcto, las propiedades del espacio puro pueden ser establecidas en axiomas, y así lo son por parte de Helmholtz en su trabajo «Sobre los hechos que subyacen a la geometría»[17] de 1868.[18] No obstante, esas propiedades no se mencionan en los axiomas tradicionales de la geometría, que son lo que Helmholtz tiene en mente cuando dice que los axiomas son empíricos. Tales axiomas, dice, no pertenecen a la teoría pura del espacio porque hablan de cantidades, y «uno puede hablar sólo de magnitudes si sabe e intenta algún procedimiento por el cual pueda comparar esas magnitudes, dividirlas en partes y medirlas» (*ibíd.*: 24). Y continúa: «Así, toda medida especial, y por lo tanto en general todos los conceptos de magnitud aplicados al espacio, presuponen la posibilidad del movimiento de las estructuras espaciales cuya forma y magnitud pueden tomarse como incambiables a pesar del movimiento» (*ibíd.*: 24).

---

17. En la bibliografía aparece este trabajo como 1868*b*.

18. En sus comentarios a «Los hechos en la percepción», M. Schlick opina que esos rasgos esenciales del espacio puro no pueden ser puestos en la forma de axiomas, sino que deben ser entendidos como un componente psicológico indescriptible de espacialidad que imbuye la percepción sensorial. Véase n. 33 en la edición citada.

Todos hemos experimentado la existencia de tales figuras desde nuestra infancia, pero esta idea no se sigue de la idea del espacio puro. Como hemos visto en la sección anterior, su propia investigación matemática ha mostrado que la existencia de figuras rígidas es suficiente para determinar la geometría de una variedad. En este sentido, Helmholtz podría estar en lo correcto al afirmar que la geometría descansa en un fundamento factual. Pero como también vimos con anterioridad, este hecho sobre el cual descansa la geometría es un hecho de un tipo muy especial. Recordemos que para Helmholtz la noción de un cuerpo rígido está lejos de ser una idea empírica simple, antes bien es una idea *a priori* en el sentido de Kant, que regula la búsqueda y el reconocimiento de relaciones espaciales de congruencia.

De este modo, la concepción de Helmholtz sobre el espacio puede encerrarse en el título del primero de los apéndices a «Los hechos en la percepción»; a saber, «El espacio puede ser trascendental sin que los axiomas lo sean»[19] (Helmholtz 1878/1977: 149).

Idealización, constitución y convención en la filosofía de la geometría de Henri Poincaré

Cuando se habla comúnmente sobre convencionalismo geométrico, el nombre de Henri Poincaré aparece de inmediato a nuestra mente. La mayoría de los tratados sobre el tema suelen recoger y enfatizar las observaciones de Poincaré contenidas en quizás su obra más conocida y leída, *La ciencia y la hipótesis,* de 1902.

Esos énfasis recaen sobre las afirmaciones de Poincaré acerca del carácter puramente convencional de las geometrías, las cuales son «libres creaciones de la mente humana», y del recurso a la libre elección en el establecimiento de un sistema geométrico particular. Sin embargo, hay, aunque quizás hubieran merecido un tratamiento más extenso de Poincaré, interesantes observaciones acerca del modo en que la experiencia «guía» la elección de las geometrías. Quizás la razón de que Poincaré no desarrollara más estas observaciones en *La ciencia y la hipótesis*

19. Debe apuntarse que Helmholtz no es muy cuidadoso al manejar la terminología kantiana. Aquí, claro está, intercambia *a priori* y trascendental, lo que viola flagrantemente el uso que Kant hace de estos términos. No obstante, es claro que lo que quiere decir es que el espacio puede ser *a priori* sin que los axiomas lo sean.

fue que ya lo había hecho en un trabajo previo del año 1898 titulado «Los fundamentos de la geometría».[20]

Allí Poincaré, coincidiendo con Helmholtz, sostiene que el origen y la aplicación empírica de la geometría matemática ha de ser explicado mediante la estructura del grupo de movimientos rígidos del sujeto percibiente en el espacio perceptivo, expresada en la condición de movilidad libre. Poincaré también coincide en que la estructura de este grupo (*i.e.*, la estructura del espacio perceptivo), está basada en nuestras sensaciones motrices o corporales en la medida en que movemos o desplazamos nuestro cuerpo en y a través del espacio perceptivo. Finalmente, Poincaré también coincide con Helmholtz en que debido a que la condición de movilidad libre da lugar a cualquiera de los tres casos de geometrías clásicas de curvatura constante, la geometría específicamente euclidiana no es una necesidad del pensamiento ni un producto de nuestra forma de intuición *a priori*. De este modo, dado que nuestra experiencia sensible no puede arrojarnos, debido a su naturaleza puramente cualitativa, una estructura u otra, el grupo con el que culminamos debe reflejar inevitablemente nuestra libre elección. No obstante, Poincaré afirma que esa experiencia puede «guiar» nuestra elección. ¿De qué manera es esto posible? Como bien decíamos, nuestras sensaciones y las relaciones que entre ellas se establecen nos sugieren determinadas estructuras geométricas que nunca coinciden plenamente con sus respectivas formulaciones matemáticas. Esas construcciones, no obstante, no proceden de una forma meramente empírica. Si bien la geometría puede ser definida como el estudio del movimiento de los sólidos, es claro que no se ocupa en realidad de los sólidos naturales, sino que tiene por objeto ciertos sólidos ideales, absolutamente invariables, que no son más que una imagen simplificada y bastante lejana de aquéllos. La noción de esos cuerpos ideales es, según Poincaré, extraída completamente de nuestro espíritu, y la experiencia no es más que la ocasión que provoca su surgimiento. Aún más, la investigación de los grupos de movimientos de cuerpos rígidos sólo es posible porque «el concepto general de grupo preexiste, al menos potencialmente, en nuestra mente» (Poincaré

20. La versión original de este trabajo apareció en inglés en *The Monist*, 1 (1898), aquí citaré no obstante por la versión francesa del mismo año y reeditada en Rollet (2002).

1902/1932: 90). Es decir, se nos impone como una forma de la facultad del entendimiento.

En esta sección deseo explorar la naturaleza y función de estos elementos «idealizadores» en la constitución del espacio perceptivo en el pensamiento de Poincaré. Para ello, me centraré exclusivamente en el artículo de 1898 mencionado antes.

La experiencia y la geometría

Permítaseme comenzar con la siguiente observación de Poincaré:

> Nuestras sensaciones no pueden proveernos con la noción de espacio. Esta noción es construida por la mente con los elementos que preexisten en ella, y la experiencia externa no es para ella más que la ocasión de ejercer ese poder. Las sensaciones por sí mismas no encierran ningún carácter espacial [Poincaré 1898/2002: 5].

Como queda claro en el pasaje, según Poincaré, la noción de espacio no proviene de nuestras sensaciones aisladas, sino que es un constructo de la mente con elementos que le pertenecen originariamente y que la experiencia tiene ocasión de «actualizar». Para decirlo en términos afines con el espíritu de este trabajo, el espacio, para Poincaré, *surge* con la experiencia pero no *de* la experiencia.

Que el espacio no «está» meramente en los sentidos lo prueba el siguiente ejemplo propuesto por Poincaré: «¿Qué podría ver un hombre que no poseyera más que un ojo y que éste fuera inmóvil? Imágenes diferentes se formarán en diferentes puntos de su retina, pero, ¿será capaz de clasificar esas imágenes como nosotros clasificamos nuestras sensaciones retinianas actuales?» (*ibíd.*: 5).

Supongamos cuatro imágenes formadas en cuatro puntos de su retina, A, B, C y D. Nosotros, por ejemplo, seríamos capaces, por un suave movimiento de nuestro ojo, de saber si la distancia AB es igual a la distancia CD, simplemente porque somos capaces de traer a C la imagen que estaba en A y a D la que estaba en B. Pero dado que estos suaves movimientos son imposible para nuestro hombre imaginario, le pareceríamos desde todo punto

ridículos si le preguntáramos si la distancia AB es igual a la distancia CD. Nuestro sujeto carece de una función mediante la cual podemos ordenar, clasificar y comparar nuestras sensaciones, una función que consiste en referir las sensaciones a una categoría que preexiste en nosotros.

Poincaré se pregunta de inmediato: «¿Dicha categoría debe ser vista como una "forma de nuestra sensibilidad"?» (*ibíd.*: 6). Y su respuesta, también inmediata, es «no», si la entendemos como algo que condiciona la existencia de las sensaciones consideradas individualmente. Éstas son posibles sin condición previa, pero como vimos antes, tampoco son capaces de proveernos de la noción de espacio; por lo tanto, para obtener esta última necesitamos «comparar» nuestras sensaciones y «razonar» sobre ellas, y esta función sólo puede cumplirla el entendimiento. Poincaré llama a esta categoría «espacio sensible».

Este «espacio sensible» es concebido por Poincaré como compuesto de un gran número de sistemas absolutamente independientes entre sí, cada uno correspondiendo a ciertas fibras nerviosas que determinan un tipo de sensación. Esto es, cada uno de estos subsistemas se encarga de comparar las sensaciones que pertenecen a un único sentido o fibra nerviosa. Es importante aclarar, no obstante, que esta función compara, por ejemplo, dos sensaciones del mismo tipo, según si una tiene un grado mayor que la otra, pero no cuántas veces mayor es ese grado. Así, de acuerdo con Poincaré, el «espacio sensible» podría ser caracterizado como una variedad topológica n-dimensional (representando n el número de fibras nerviosas). Y cada punto de este espacio sensible sería un agregado de sensaciones simultáneas que podría llamarse con justicia *un estado de conciencia sensorial,* dada la fundamental función de comparación y reflexión que se hace en cada caso.

Ahora bien, nuestro «espacio sensible», según Poincaré, «difiere del espacio del geómetra». Veamos estas diferencias. En primer lugar, el geómetra parece introducir una categoría hecha totalmente de la misma especie cuando emplea tres sistemas como los tres ejes de coordenadas. En nuestro espacio sensible, por el contrario, no tenemos solamente tres sistemas, sino tantos como fibras nerviosas. Esto hace aparecer a nuestros sistemas como mundos separados, fundamentalmente distintos, mientras que los tres ejes de la geometría cumplen todos el mis-

mo oficio y son intercambiables. En segundo lugar, las coordenadas son susceptibles de ser medidas y no sólo comparadas. No obstante estas diferencias, en opinión de Poincaré, tenemos la capacidad para «elevarnos desde esta categoría bruta, que podemos llamar "espacio sensible", al espacio geométrico» (*ibíd.*: 6).

El espacio sensible nunca podrá ser depurado de modo que refleje el espacio geométrico. Pero aunque no podamos representarnos los objetos en el espacio geométrico, sí podemos razonar sobre ellos «como si» existieran en ese espacio. Esto es, el espacio geométrico *regula*, por así decirlo, la actividad mediante la cual ordenamos nuestros objetos en el espacio y es, por lo tanto, «una forma de nuestro entendimiento» (*ibíd.*: 8). Sin embargo, a pesar de todos los esfuerzos que hagamos, el espacio sensible no será jamás ni infinito, ni homogéneo, ni isotrópico.

Al igual que para Helmholtz, la noción fundamental desde la cual se posibilita la construcción de la noción de espacio para Poincaré es la noción de desplazamiento y cambio de estado. Según Poincaré, la geometría y la noción de espacio geométrico surgen del reconocimiento de que nuestras sensaciones varían y de las leyes que rigen tal variación. Aún más, el surgimiento de la geometría depende de nuestra capacidad para distinguir los dos tipos de cambios que pueden sufrir nuestras impresiones.

Decimos que nuestras impresiones cambian debido tanto a que los objetos que las causan han sufrido un cambio de estado como a que esos mismos objetos han sufrido un desplazamiento. ¿Cuál es el fundamento de esta distinción? Consideremos los dos casos planteados por Poincaré. En el primer caso tenemos una esfera con un hemisferio azul y otro rojo que gira sobre sí misma. Ante nuestros ojos mostrará primero un hemisferio azul y luego otro rojo. El segundo caso se trata de un líquido contenido en un vaso que por una reacción química cambia su color de azul a rojo. En ambos casos una impresión de azul es reemplazada por una impresión de rojo. La diferencia por la cual llamamos al primero un cambio de desplazamiento y al segundo un cambio de estado se debe a que, en el primer caso, me es suficiente con iniciar un movimiento voluntario alrededor de la esfera para volver a sufrir la sensación de azul. Es decir, un cambio de desplazamiento con la impresión correspondiente puede ser corregido mediante un movimiento voluntario de mi propio cuerpo. De acuerdo con esto, entre los cambios que sufren nuestras

impresiones, podemos distinguir: *a*) aquellos que son independientes de nuestra voluntad y no son acompañados de sensaciones musculares. A estos Poincaré los llama, *cambios externos*; y *b*) aquellos que son voluntarios y acompañados de sensaciones musculares, y que llama *cambios internos*.

No obstante, se observa que en algunos casos, cuando un cambio externo ha modificado nuestras impresiones, mediante un cambio interno voluntario podemos restablecerlas, por lo que los cambios externos pueden ser subdivididos en dos clases: *a*) los cambios que son susceptibles de ser corregidos por un cambio interno, que son los desplazamientos; y *b*) los que no son susceptibles de tal corrección; a saber, los cambios de estado.

A su vez, es importante realizar una clasificación de los desplazamientos. Según Poincaré, éstos sólo pueden ser relacionados de acuerdo con si son corregidos por el mismo cambio interno. En efecto, consideremos nuevamente la esfera que gira sobre sí misma y que muestra alternativamente su hemisferio azul y su hemisferio rojo. Consideremos también otra esfera, que presenta un hemisferio verde y uno amarillo y que también gira sobre sí misma.

También mostrará alternativamente primero el hemisferio verde y luego el amarillo. Nosotros decimos que ambos desplazamientos son de un mismo tipo; a saber, una rotación, pero ¿sobre qué base hacemos tal comparación? La hacemos sobre la base de que en ambos casos podemos corregir la impresión correspondiente mediante un cambio interno, esto es, mediante un movimiento voluntario de nuestro cuerpo que logra una especie de compensación entre ambos cambios. Pero también puede preguntarse: ¿cómo reconocemos que esos cambios internos son idénticos? Simplemente porque son provocados por las mismas sensaciones musculares, y para esto no necesito ni conocer la geometría, ni representarme los movimientos de mi cuerpo en el espacio geométrico.

Asimismo, los cambios internos pueden ser distinguidos análogamente. Pueden relacionarse de acuerdo con el cambio externo que puedan corregir.

Ahora bien, hay un punto de la mayor importancia que debe ser notado aquí; a saber, el hecho notorio de que las clasificaciones de las que acabamos de hablar no surgen como un hecho bruto desde la experiencia, pues la compensación entre un cam-

bio externo y uno interno es siempre aproximada, sino que son una operación activa del espíritu que intenta introducir esos resultados brutos de la experiencia «en una forma preexistente, en una categoría» (*ibíd.*: 10), cuya operación consiste en identificar dos cambios como poseedores de una característica común, aunque no posean tal característica más que desde un punto de vista aproximado. Aquí, de nuevo, vemos el papel constitutivo que el entendimiento posee respecto a la generación de la noción de espacio. Sin embargo, como el mismo Poincaré aclara, «el hecho mismo de que la mente tenga la ocasión de llevar a cabo esta operación se debe a la experiencia» (*ibíd.*: 10), pues ésta le enseña que la semejanza entre los cambios es sólo aproximada.

La siguiente noción que nos importa es la noción de «grupo de desplazamientos». Es evidente, según Poincaré, que si consideramos un cambio A y lo hacemos seguir de un cambio B, somos libres de considerar al conjunto de los dos cambios, A seguido de B, como uno solo que puede expresarse como A + B y puede ser llamado el *cambio resultante*. Si pensamos que estos cambios son desplazamientos, entonces A + B es también un desplazamiento. «Los matemáticos explican esto diciendo que el conjunto de desplazamientos forma un grupo» (*ibíd.*: 10, las cursivas son de Poincaré).[21]

Pero, ¿cómo sabemos que el conjunto de desplazamientos es un *grupo*? ¿Lo sabemos mediante un razonamiento *a priori*?, o ¿lo sabemos por experiencia? Veamos la respuesta de Poincaré a ambas alternativas. En primer lugar, consideremos la posibilidad de que sepamos *a priori* que los conjuntos de desplazamientos constituyen un grupo. Podemos pensar que si un cambio externo *A* es corregido por un cambio interno *A′*, y que un cambio externo *B* es corregido por el cambio interno *B′*, el cambio externo resultante *A* + *B* será corregido por el cambio interno resultante *B′* + *A′*. A esta conjunción de desplazamientos le llamamos un *grupo*. Pero, según Poincaré, a este razonamiento le subyacen varios problemas. Por un lado, es claro que los cambios *A* y *A′* se compensan, esto es, mediante el cambio interno *A′* yo obtengo mis impresiones primitivas (lo que puedo expresar como

21. Como dije en la n. 14, Poincaré fue de los primeros en utilizar las virtudes de la teoría de grupos de transformaciones en su aplicación a problemas de teoría de la experiencia. En el capítulo final se da una definición formal del concepto de grupo y sus principales propiedades.

$A + A' = 0$), y lo mismo puede decirse de B y B'. Pero, ¿puedo saber *a priori* que siempre obtendré $B + B' = 0$ después de los cambios A y A'? ¿Qué sucederá si los cambios acontecen en otro orden, por ejemplo, A, B, B', A'? Es claro que no obtendría mis sensaciones primitivas. Por otro lado, si dos cambios externos C y C' son vistos como idénticos, esto es, son susceptibles de ser corregidos por el mismo cambio interno c, y otros dos cambios internos D y D' lo son por el mismo cambio interno d, ¿qué nos autoriza a decir que los dos cambios $C + D$ y $C' + D'$ son susceptibles de ser corregidos por los mismos cambios internos y son, por lo tanto, idénticos? Nada nos autoriza a ello, y si estamos frente a una proposición verdadera ella no puede ser el resultado de un razonamiento *a priori*.

Pero entonces, ¿la idea de grupo de desplazamientos es obtenida a través de la experiencia? Poincaré advierte que nuestra tendencia será a verla como tal, sin embargo, el reconocimiento de que aun las experiencias más precisas no nos arrojan más que un estatus meramente aproximado para nuestra noción nos hará plantearnos la pregunta obvia: «Entonces, ¿qué será de la geometría?» (*ibíd.*: 11). ¿Acaso no se pondría en duda nuestra creencia bien arraigada en la necesidad de la geometría?

Según Poincaré, debemos estar tranquilos al respecto, pues la geometría está al abrigo de cualquier revisión. Y está al abrigo de cualquier revisión porque ella misma es condición de posibilidad de la constitución de los fenómenos. De acuerdo con Poincaré, cuando la experiencia nos enseña que un cierto fenómeno no se corresponde con la ley indicada, lo borramos de la lista de desplazamientos. Cuando nos enseña que un cierto cambio no obedece tal ley más que aproximadamente, consideramos a tal cambio, mediante una *convention artificielle*, como el producto de otros dos cambios. Así, por ejemplo, decimos que los sólidos naturales no sufren solamente grandes cambios de posición, sino también de pequeñas curvaturas y de pequeñas dilataciones térmicas.

Consideremos el siguiente caso. Debido a un cambio externo α, por ejemplo, pasamos del conjunto de impresiones A al conjunto B. Nosotros corregimos este cambio mediante un cambio interno voluntario β y somos devueltos al conjunto de impresiones A. Un nuevo cambio externo α' nos hará pasar de nuevo del conjunto de impresiones A al B. A su vez, este segundo cambio puede ser corregido mediante otro cambio interno voluntario β'

que provocará las mismas sensaciones musculares que β y que provocará el conjunto de impresiones A. Ahora bien, si la experiencia no confirma esta predicción entonces decimos que el cambio α′, si bien nos ha hecho pasar del conjunto de impresiones A al B, no es sin embargo idéntico al cambio α. En cambio, si la experiencia no confirma más que aproximadamente dicha predicción, decimos que el cambio α′ es un desplazamiento idéntico al cambio α, aunque acompañado de una ligera alteración cualitativa.

Esto no significa que hagamos coincidir el contenido de nuestra experiencia con las leyes establecidas convencionalmente mediante hipótesis *ad hoc*, antes bien, el proceso es más profundo que eso. Se trata de que las leyes en cuestión «no son impuestas por la naturaleza, sino que son impuestas por nosotros a la naturaleza» (*ibíd.*: 12), esto es, se trata de que el entendimiento da forma a una experiencia que nunca, por sí misma, arrojará resultados precisos y exactos, y por ende objetivos. Las nociones geométricas puras que preexisten potencialmente en nosotros, «constituyen» el ámbito de nuestra experiencia geométrica, dotándola de una estructura objetiva antes que un mero agregado de cambios de impresiones.

Aquello que los matemáticos llaman «grupo» es el conjunto de un cierto número de operaciones y de todas las combinaciones que pueden ser formadas con ellas. Estos grupos poseen propiedades, propiedades estrictamente formales independientes de toda cualidad y en particular de la naturaleza cualitativa de los fenómenos involucrados. Estas propiedades pueden, por ende, ser estudiadas matemáticamente.

En el grupo que nos ocupa, nuestras operaciones son los desplazamientos. Aquellos conjuntos de desplazamientos que son diferentes en cuanto a su naturaleza, pero que se combinan siguiendo las mismas leyes, decimos que son isomórficos. Así, las llamadas propiedades formales son aquellas comunes a todos los grupos isomórficos. La primera de estas propiedades formales comunes a todos los grupos isomórficos es la de *continuidad*. Poincaré considera que el grupo de desplazamientos, en la medida en que no puede verse como un continuo físico, debe considerársele como un continuo matemático. Así razona Poincaré: dado que un desplazamiento puede ser sumado a sí mismo el número de veces que se desee, entonces obtenemos una diversi-

dad de desplazamientos que constituyen múltiplos del mismo desplazamiento. Veamos qué nos dice Poincaré:

> Descubrimos que un desplazamiento puede ser dividido en dos, tres o un número cualquiera de partes; me gustaría decir que siempre podemos encontrar otro desplazamiento que, repetido dos o tres veces, reproducirá un desplazamiento ya hecho. Esta divisibilidad al infinito nos conduce a la noción del continuo matemático; no obstante, las cosas no son tan simples como parecen a simple vista. Nosotros no podemos probar esta divisibilidad al infinito directamente. Cuando un desplazamiento es muy pequeño, es imperceptible para nosotros... Si quisiéramos transcribir estos hechos brutos de la experiencia en una fórmula, escribiríamos: 9D = 10D, 10D = 11D, 9D < 11D. Ésta será la fórmula del continuo físico. Pero dicha fórmula repugna a la razón. No corresponde a ninguno de los modelos que llevamos con nosotros [*ibíd.*: 14].

Es claro que la fórmula es *repugnante a la razón* sólo si se lee el símbolo «=» como símbolo de identidad, lo que claramente no debe hacerse. Así, Poincaré carece de fuerza para tratar el continuo físico de desplazamientos como un continuo matemático. Sin embargo, lo que posibilita el tratamiento es el que se haya definido «desplazamiento» como clases equivalentes de movimientos. Dicha definición descansa en la presuposición de que si los movimientos A, B son cancelados por los mismos movimientos, luego A es cancelado por cualquier movimiento que cancele B. Pero esto sería falso si el grupo de desplazamientos es un continuo físico. Como cuestión de hecho, la presuposición anterior es falsa, pero a menos que la hagamos el conjunto de movimientos no puede ser dividido en desplazamientos. Dicha división procede, por lo tanto, idealizatoriamente, introduciendo en la experiencia, que es esencialmente vaga, límites claros. El grupo *D* no es ciertamente un continuo físico, pero tampoco hay una razón clara del porqué debe ser un continuo matemático. Quizás la respuesta de Poincaré iría como sigue: ya que partimos del hecho empírico de que el conjunto de movimientos es un continuo físico, el conjunto ideal de desplazamientos puede ser pensado sin mayores problemas como un continuo matemático.

No voy a detenerme en la enumeración de las ulteriores propiedades estructurales del grupo topológico *D*, sino simplemen-

te señalar con Poincaré que esas propiedades hacen que *D* sea isomórfico con uno de los tres grupos clásicos de movimientos, característicos de las geometrías de Euclides, Lobatchevsky y Riemann. Aquí hace falta la toma de una decisión convencional, una decisión que se aleje lo menos posible de esa estructura sugerida por el continuo físico. La experiencia, parcialmente constituida por «la noción de ese grupo continuo que existe en nuestra mente anteriormente a toda experiencia» (*ibíd.*: 30), esto es, una noción de grupo que es la misma para cualquier grupo continuo específico, restringe la suerte de grupo particular que habremos de escoger para su descripción. Esta elección es, no obstante, libre, pues esa experiencia parcialmente constituida no puede determinar la elección de una descripción geométrica exacta y objetiva. Si bien la obtención de las propiedades del espacio perceptivo no sería posible sin la mediación y la constitución que el entendimiento lleva a cabo a través de la noción más amplia de grupo continuo, de todas maneras Poincaré acentúa la brecha abierta ya desde los días de Helmholtz entre espacio perceptivo y espacio geométrico. Dado que esa noción de grupo continuo no es una forma de la sensibilidad, sino un principio del entendimiento que regula las distintas etapas a través de las cuales obtenemos nuestra noción de «espacio», no podemos afirmar que lleve a cabo una determinación completa del contenido dado en la experiencia, en cualquier caso sólo imprime ciertos rasgos muy generales y comunes a cualquier grupo. De allí la necesidad de «elegir» una tal determinación específica mediante la apelación a una decisión convencional.

Los axiomas de la geometría como «definiciones disfrazadas»

Si, como decíamos antes, la experiencia —aunque dominada por elementos ideales— no puede arrojarnos la noción de espacio y sus determinaciones con completa exactitud, esto es, con la exactitud que caracteriza a las nociones matemáticas, entonces cabe preguntarse, con Poincaré, ¿qué son los axiomas de la geometría?

La parte II de *La ciencia y la hipótesis* comienza con una revisión de las geometrías no-euclidianas. Allí, Poincaré considera las geometrías de Bolyai-Lobachevsky y de Riemann y varias nociones importantes. En la breve sección con la que finaliza esta revi-

sión de la pluralidad de geometrías, titulada *Sobre la naturaleza de los axiomas*,[22] nos dice varias cosas de interés. La primera pregunta que se plantea respecto de la naturaleza de esos axiomas es: «¿Son dichos juicios, sintéticos *a priori*, como dijo Kant?» (Poincaré 1902/1932: 65). Y su respuesta contundente es: «Ellos se impondrían en nosotros con tal fuerza, que no podríamos concebir la proposición contraria, ni erigir sobre ella un edificio teórico. No existirían las geometrías no-euclidianas» (*ibíd.*: 65). El argumento es simple y no requiere mayor elucidación. Si algún sistema de geometría fuera verdadero *a priori*, no podríamos concebir un sistema contrario e igualmente racional, *i.e.*, un sistema que niega consistentemente uno de los principios independientes del primero. Ya que esto es posible, ningún sistema de geometría puede ser verdadero *a priori*. El argumento de Poincaré refuta la tesis de que la estructura geométrica actual del mundo físico sea necesariamente euclidiana.

Entonces, si los axiomas de la geometría no son juicios sintéticos *a priori* en el sentido de Kant, «¿deberíamos concluir que los axiomas de la geometría son verdades experimentales?» (*ibíd.*: 65). Poincaré acepta que la geometría trata a sus figuras como si se comportaran como cuerpos sólidos y es de la experiencia de donde extrae las propiedades de esos cuerpos. Las propiedades de la luz y su propagación rectilínea han dado lugar también a algunas de las proposiciones de la geometría, en particular a las de la geometría proyectiva, por lo que podría decirse que la geometría métrica es el estudio de los sólidos y la proyectiva el estudio de la luz. Sin embargo, Poincaré observa que hay una dificultad insuperable en esto; a saber, que la geometría no puede ser una ciencia empírica debido a que no se encuentra sujeta a revisión a la luz de la experiencia creciente. Más aún, la geometría es una ciencia exacta, mientras las ciencias empíricas son siempre aproximativas. Por lo tanto, según Poincaré, los axiomas de la geometría no son ni juicios sintéticos *a priori* ni verdades de experiencia. Son *convenciones*, o «En otros términos, *los axiomas de la geometría* (no hablo de los de la aritmética) *no son más que definiciones disfrazadas*» (*ibíd.*: 67).[23]

---

22. Como ya se ha dicho, Poincaré distingue entre espacio geométrico y espacio perceptivo. En lo siguiente se referirá pura y exclusivamente al primero.

23. Como es ampliamente conocido, para Poincaré, la aritmética es sintética *a priori* en el sentido de Kant, esto es, su tipo de razonamiento, el razonamiento por recurrencia, depende pura y exclusivamente de la apelación a la intuición.

Según Coffa,[24] al llamar a los axiomas «definiciones» Poincaré estaba bautizando una dificultad en una forma que podía invitar a malentendidos. Veamos con detalle qué quiere decir Coffa con esto.

Desde que los filósofos modernos habían desafiado la doctrina clásica de la definición por género y diferencia, evolucionó una tradición de acuerdo con la cual las definiciones son construidas enumerando las ideas simples que se combinan en la significación del término definido. Es decir, son enumeraciones de las marcas suficientes que son ingredientes o constituyentes del *definiendum*. A través de la influencia de Bolzano, Frege, Meinong y Russell, las nociones de un complejo y sus constituyentes se convirtieron en los conceptos metafísicos centrales de la nueva semántica que inspiró las doctrinas del análisis filosófico y el atomismo lógico. Bajo esta perspectiva, la búsqueda de las propiedades esenciales de los objetos fue reemplazada por la búsqueda de los constituyentes de un complejo. La definición de un concepto, en particular, llegó a ser vista como estructuralmente idéntica al análisis de un compuesto químico en sus elementos. Según esta imagen analítica del concepto, pueden distinguirse dos momentos en el proceso de análisis de un concepto. En un primer momento, hay un punto en el cual encontramos un conjunto de constituyentes conceptuales, las así llamadas «marcas» características que podrían o no podrían estar sujetas a un análisis ulterior y cuya conjunción es idéntica con el *definiendum*. El segundo momento se obtiene cuando encontramos constituyentes que son intrínsecamente inanalizables o simples. No hay razón, en principio, por la que el proceso de análisis no pudiera continuar *ad infinitum*, pero los proponentes de la imagen analítica de las definiciones creían firmemente que en algún momento se llegaría al territorio de lo «indefinible». De acuerdo con esta imagen, la definición de un concepto puede ser vista como la conjunción de sus marcas o como la reconstrucción del *definiendum* desde sus constituyentes simples. Sin embargo, a pesar de que los proponentes de la imagen analítica dijeran cosas importantes acerca de las definiciones, tenían poco que decir acerca de los indefinibles. Esto no significa que no les concedieran importancia, por el contrario, constituía para ellos el verdadero problema detrás de la teoría de la definición.

---

24. Véase Coffa (1986).

Según Coffa, la noción que Poincaré estaba usando de «definición» estaba lejos de corresponder a la imagen analítica y sólo puede entenderse en contraposición a esta idea. Es sólo en el marco de la discusión entre el miembro más prominente de la imagen analítica, Bertrand Russell, y Poincaré, que puede entenderse cabalmente lo que éste entendía por «definición».

Como es más o menos conocido, en 1897 Russell publicó una versión revisada de lo que había sido su tesis doctoral, bajo el título de *Ensayo sobre los fundamentos de la geometría*. Este trabajo provocó una serie de comentarios escritos, estando entre los más importantes la recensión que Couturat hizo en la *Revue de Métaphysique et de Morale* en 1898, y en la que defendió ardientemente la posición de Russell. En el siguiente volumen de la *Revue* se incluye una revisión que Poincaré hizo del trabajo de Russell. En esa revisión, Poincaré no sólo caracteriza a los axiomas de la geometría como «definiciones» sino que conmina a Russell a que proponga su propia definición de los primitivos geométricos. La respuesta de Russell consistió en arrostrar a Poincaré lo que era la consecuencia inevitable de la concepción analítica de la definición; a saber, que «todo lo que es fundamental es necesariamente indefinible» (citado en Coffa 1986: 20).

Según Russell, existen dos tipos de definiciones. La definición matemática y la definición filosófica. La primera identifica a un objeto como el único que está en cierta relación con conceptos u objetos ya conocidos. Por ejemplo, si defino el número 1 como aquel que precede al 2, lo que estoy dando es una mera definición matemática de ese objeto. Por el contrario, filosóficamente un término está definido cuando se conoce su significado, y éste no puede consistir en relaciones con otros términos. El significado de un término puede ser complejo o simple, esto es, o bien está compuesto de otros significados o es uno de esos elementos últimos que son los constituyentes de otros significados. En el primer caso definimos filosóficamente el término enumerando sus elementos simples, pero en el segundo caso esto no es posible, aquí nos encontramos con significados simples que, según la propia teoría del conocimiento de Russell por esa época, sólo podemos conocer por «intuición», por «familiaridad». Aplicadas al problema de la geometría, estas observaciones venían a querer decir que conceptos como «punto» o «línea recta» pueden ser usados para definir otros términos, pero que ellos mismos son indefinibles.

Como es obvio, Poincaré no podía estar usando el mismo sentido de «definición» que Russell usaba. Por «definición» Poincaré entendía lo que el diccionario le enseñaba: un proceso a través del cual se identifica el significado de una expresión. La diferencia crucial entre ambos sentidos es que, para la concepción analítica, «definición» refiere sólo un proceso para derivar nuevos significados de otros anteriores que ofician como sus constituyentes; para Poincaré, por el contrario, «definir» se extiende al proceso por el cual se define un término sin necesidad de presuponer otros anteriores.

Por supuesto, para Russell, la idea de que los axiomas geométricos pudieran estar implicados en los procesos de asignar significados a algunos de sus términos era completamente ininteligible, y la causa de que lo fuera estaba básicamente en la presunción que dominaba la mayoría de las ideas semánticas de los miembros de la concepción analítica; a saber, la tesis del atomismo semántico. Este principio no concierne primariamente a proposiciones sino a los enunciados que usamos para expresarlas, y afirma que las unidades gramaticales de un enunciado *S* deben tener un significado previo a su unión con otras unidades en *S*, si *S* ha de ser capaz de expresar una proposición o transmitir información.

Según Coffa:

> El hecho básico a tener en mente es que todos los participantes en el debate admitían este principio; pero mientras que los filósofos los usaban para inferir (por *modus ponens*) la doctrina de la geometría que ningún geómetra podía aceptar, los geómetras lo usaban para inferir (por *modus tollens*) la doctrina del conocimiento geométrico que ningún filósofo podría seriamente aceptar [Coffa 1986: 21].

El argumento de Russell contra el uso de Poincaré de «definición» en relación con los axiomas de la geometría, en el cual se hace manifiesta la tesis del atomismo semántico, va como sigue: dado que los axiomas de la geometría expresan proposiciones (transmiten información), por la tesis del atomismo semántico, los primitivos geométricos deben haber adquirido de alguna manera significado antes de que puedan contribuir a la expresión de una proposición vía el enunciado apropiado. La forma específica en que esos primitivos han adquirido significado no

parece importarle a Russell, por lo que no la considera de significación semántica u ontológica. Poincaré, por otro lado, estaba haciendo un esfuerzo por mostrar que era un error considerar a los axiomas de la geometría como enunciados que transmiten información y asignan propiedades o relaciones a los objetos.

Con mínimas diferencias el punto es el siguiente: los axiomas de la geometría han sido ampliamente vistos como enunciados que transmiten información acerca de entidades espaciales. Si esto es así (por el principio del atomismo semántico), debe ser posible «definir», en otras palabras, identificar intersubjetivamente de alguna manera los significados de los primitivos geométricos antes que ellos sean incorporados a los enunciados axiomáticos. Pero Poincaré agrega al argumento una nueva premisa, la lección que los geómetras habían aprendido de su propio trabajo: no hay nada que podamos decir acerca de los significados de los primitivos geométricos excepto lo que los axiomas dicen. No hay, por supuesto, nada que nos prohíba decir que esos primitivos significan ciertos objetos físicos, o ciertas representaciones mentales, pero no hay un significado particular que la geometría le asigne a sus primitivos con anterioridad a su construcción. Esto no significa que no tengamos comprensión alguna de los primitivos geométricos, sino que todo lo que la geometría dice de ellos es a través de su participación en los axiomas de la geometría. Bajo esas circunstancias, la tesis del atomismo semántico excluye a los axiomas geométricos de transmitir alguna suerte de información. Por ello, ya no serán enunciados ni analíticos ni sintéticos. Pero, ¿importa esto? Lo que importa es que los axiomas juegan un papel irreemplazable en el conocimiento geométrico porque identifican el significado de los primitivos geométricos. Para ponerlo en palabras de Coffa: «Los axiomas geométricos son definiciones disfrazadas de afirmaciones; y lo que ellos definen son los indefinibles» (*ibíd.*: 23).

De este modo, completamos la imagen que Poincaré concibió de la geometría.[25] En ésta, comenzamos con nuestra experiencia sensorial y con la ordenación de las sensaciones. Esta ordenación, como vimos, no procede de una manera aleatoria, sino regulada por cierta categoría matemática, el concepto de

25. Resulta ciertamente curioso que Coffa centrara su análisis únicamente sobre esta parcela del pensamiento de Poincaré, rechazando el aspecto epistemológico que nosotros mismos subrayamos antes. Esto, desde mi punto de vista, no hace justicia a la concepción del eminente filósofo francés.

grupo, el cual es visto por Poincaré como esencialmente *a priori*. El resultado de este proceso arroja un conjunto de nociones espaciales que, no obstante sean obtenidas a través de un proceso regulado intelectualmente, no alcanzan la exactitud que poseen las nociones estrictamente matemáticas. Para formular un conjunto de axiomas, matemáticamente hablando, es menester proceder convencionalmente, siendo la naturaleza de estos axiomas constituir definiciones de los primitivos geométricos. Sin embargo, desde mi punto de vista, esa decisión convencional no ha de ser tomada como un «todo vale». Antes bien, debemos retener la importancia otorgada por Poincaré a esos principios que surgen a través de la experiencia y que guían nuestra elección de un sistema geométrico u otro. Es decir, la elección de un sistema de axiomas matemáticamente establecido no es resultado de un capricho, sino que se adoptará aquel que es mayormente compatible con las nociones obtenidas a través de la experiencia.

El espacio como condición formal constitutiva de la experiencia en Helmholtz y Poincaré

Tanto Helmholtz como Poincaré rechazaron el principio kantiano de que la única geometría *a priori* posible es la euclidiana. Debido en parte a su propio trabajo en las matemáticas, no les fue posible rechazar el *factum* de la pluralidad de geometrías posibles. Sin embargo, eso no los condujo a una forma empirista de ver la cuestión del origen y la significación de nuestro concepto de espacio. Antes bien, se vieron en la tarea de congeniar la idea básica kantiana de que el espacio ha de ser una forma subjetiva *a priori* que condiciona la experiencia perceptiva espacial, con el rechazo a cualquier determinación *a priori* de dicha estructura.

Helmholtz partió de un *hecho* fundamental que se encuentra en la base de la geometría; a saber, el axioma de movilidad libre de los cuerpos rígidos. Desde allí, investigó las propiedades más generales del espacio que se siguen de la asunción de dicho principio, y llegó a la idea de que la estructura del mismo es la de una variedad diferenciable compatible con los axiomas de, por lo menos, los tres casos clásicos de geometrías de curvatura constante. De esta manera, desde su punto de vista, el espacio, entendido como esa variedad diferenciable, es una estructura formal

a priori susceptible de ser ulteriormente determinada con diferentes conjuntos de axiomas. Estos axiomas, que tratan esencialmente de cuestiones de magnitud, surgirán como resultado de nuestra interacción natural con el mundo y de la asociación inconsciente de nuestras sensaciones. Pero lo que hay que tener del todo presente es que dicha asociación, y por lo tanto el contenido de dichos axiomas, presuponen el concepto *a priori* de movilidad libre. De modo que la formación de nuestros principios específicos de percepción del espacio se encuentra dominada constitutivamente por la estructura derivada de la noción de libre movilidad.

Similarmente, Poincaré rechaza la posibilidad de que los juicios de la geometría constituyan verdades sintéticas *a priori* en el sentido de Kant. Pero el rechazo, si se advierte cuidadosamente, tiene que ver más con la imposibilidad de concebir geometrías no-euclidianas que se deriva de la asunción de Kant, que con cualquiera de los otros aspectos que caracterizan la noción de *a priori* en general. En consecuencia, Poincaré admite que la geometría perceptiva sólo es posible por la existencia de una categoría *a priori* que condiciona la tarea de ordenación de las sensaciones desde la cual surgen las categorías espaciales. Lo *a priori*, ahora desprovisto de cualquier contenido específico, es visto como un principio general del orden de nuestras sensaciones. A su vez, la estructura resultante de esa ordenación de las sensaciones constituye la base para la elección de un sistema geométrico, matemáticamente entendido.

De esta manera, el tan a menudo citado convencionalismo geométrico de Poincaré debe ser acompañado de sus consideraciones epistemológicas para ser cabalmente entendido. La simple afirmación de que los axiomas de la geometría son convenciones cuenta sólo la mitad de la historia que Poincaré tenía en mente. Desde mi punto de vista, eludir las consideraciones epistemológicas deja a la teoría al nivel del *dictum* trivial de que las geometrías son el producto de una libre decisión, tomada casi caprichosamente, y redunda finalmente en la falsedad notoria de la misma.

CAPÍTULO 4

EL SENTIDO DE LO *A PRIORI* EN LA FILOSOFÍA DE COMIENZOS DEL SIGLO XX

El rechazo por parte de Helmholtz y Poincaré de la idea kantiana de que la estructura fundamental de nuestra intuición externa coincide en sus rasgos más generales con los principios de la geometría euclidiana, aunada a su intención de permanecer dentro del paradigma epistemológico kantiano y desde allí dar respuesta al desafío de las geometrías emergentes, los condujo, casi de una manera natural, a considerar que la forma de nuestra intuición sensible ha de ser pensada como desprovista de especificaciones particulares, constituyendo un principio de orden del material suministrado por los sentidos. Su posición puede ser resumida en el *dictum* de Helmholtz de que «el espacio puede ser trascendental sin que los axiomas lo sean».

Esta liberalización del contenido de lo *a priori* respecto al espacio fue generalizada a la totalidad de las nociones consideradas *a priori* por filósofos que no sólo fueron receptivos a los cambios operados en las ciencias formales ocurridos en el siglo XIX, sino también a los que sobrevendrían en las ciencias empíricas, en particular en la física.

A finales del siglo XIX y comienzos del XX florecieron en Alemania al menos dos escuelas que trataron frontalmente el problema de lo *a priori*; a saber, la escuela neokantiana de Marburgo, y el empirismo lógico incipiente. Tuvieron en común su interés por la ciencia y su desarrollo, y por la manera en que pudiera impactar en el contenido de la epistemología. También ambas se mantuvieron, con diferencias, fieles a la idea fundamental kantiana de lo *a priori* como constitutivo del objeto de experiencia y, siguiendo la línea de pensamiento inaugurada por Helmholtz y

Poincaré, concibieron a dichas nociones *a priori* como principios formales de orden de lo dado en la experiencia.

Mi interés en lo que resta del libro será, además del esbozo de una propuesta sobre el tema, la elucidación del punto de vista de tres filósofos de comienzos del siglo XX que hicieron una contribución fundamental al problema que nos ocupa y en la dirección que me ha interesado subrayar desde el principio; a saber, la defensa de la posibilidad de articular una noción de *a priori* constitutivo de la experiencia bajo la forma de uno o más principios estrictamente formales. Los filósofos a los que me refiero son: Cassirer, Reichenbach y Carnap. Dado que considero que de los tres filósofos mencionados es Carnap quien lleva adelante como ningún otro esta idea, dedicaré la totalidad del capítulo siguiente a un examen de los principales aspectos de su obra temprana. Lo que resta del presente capítulo se ocupará del pensamiento de Cassirer y Reichenbach.

Concepto-sustancia y concepto-función: la crítica de Cassirer a la doctrina tradicional del concepto

El vol. II de *El problema del conocimiento en la filosofía y en la ciencia moderna*[1] culmina con una extensa y profunda discusión de Kant. De interés particular, desde nuestro punto de vista, es la discusión de la concepción kantiana de espacio y tiempo en el libro 8, cap. 2, bajo el título de «La separación de entendimiento y sensibilidad». Aquí Cassirer sigue las ideas básicas de la interpretación de Cohen, según la cual la separación entre las dos facultades de la mente delineada en la Estética Trascendental es deudora de la doctrina precrítica de la *Disertación Inaugural* (1770), cuando la teoría crítica del esquematismo del entendimiento vía la «síntesis productiva» no había sido aún articulada. Esta separación inicial debe ser revaluada y revisada, de acuerdo con Cohen, cuando llegamos a la doctrina crítica de la analítica trascendental en la cual toda «unidad sintética», incluyendo la de espacio y tiempo, se debe finalmente al entendimiento. Cassirer lee la noción de «síntesis productiva», en particular, como un concepto supraordi-

1. Versión española *El problema del conocimiento en la filosofía y en la ciencia moderna,* trad. de Wenceslao Roces, México, FCE, 1974.

nario bajo el cual las actividades tanto del entendimiento como de la sensibilidad han de ser subsumidas. Para Cassirer, las intuiciones puras de espacio y tiempo, como los conceptos puros del entendimiento, son diferentes aspectos o manifestaciones de la forma básica de la función sintética unificadora. La «síntesis productiva» es, para Cassirer, la actividad creativa fundamental del pensamiento mediante la cual genera progresivamente el objeto del conocimiento científico empírico. Esta generación envuelve esencialmente la aplicación de las matemáticas, y la misma matemática pura procede mediante una actividad pura de construcción que expresa la misma productividad original del pensamiento. El espacio y el tiempo cuentan como «intuiciones puras» no debido a que son expresiones de una facultad no-discursiva de la mente, sino simplemente debido a que son los primeros productos del pensamiento empírico constructivo en la constitución progresiva del conocimiento científico.

Como vimos en nuestro primer capítulo, ésta es una lectura plausible de Kant, pero como también espero haber mostrado, para Kant las categorías no pueden obtener significación alguna independientemente de su esquematización vía la intuición pura del tiempo, redundando en principios con un contenido específico.

Para Cassirer, por contraste, comenzamos con la unidad sintética expresada en la construcción progresiva del conocimiento científico natural, y la lógica formal pura, en contraste con la lógica trascendental, es una mera abstracción de este proceso constructivo unitario. La idea central de Cassirer es que la lógica formal no puede ser distinguida dentro de los mecanismos de cognición humanos, debido a que responde a la misma síntesis fundamental que gobierna la construcción del conocimiento científico empírico. De esta forma, la tarea de la filosofía crítica consiste en desarrollar una *lógica del conocimiento objetivo*, esto es, una reconstrucción racional de las leyes que rigen la unidad sintética responsable del conocimiento empírico y matemático.

De este modo, el desarrollo moderno de la lógica formal y de los fundamentos de las matemáticas tienen una profunda significación filosófica para la escuela neo-kantiana, pues allí se exhiben los rasgos de la función formal que posibilita el conocimiento. Mostrar esto en detalle es el propósito de *Concepto-sustancia y concepto-función*.[2]

---

2. Aquí citaremos por la versión inglesa publicada en 1923 como *Substance and Function and Einstein's Theory of Relativity,* Chicago, Open Court.

Cassirer comienza por discutir el problema de la formación de conceptos y por criticar, en particular, la teoría «abstraccionista», de raigambre aristotélica.[3] Según Cassirer, la lógica aristotélica es un reflejo de la metafísica aristotélica. La concepción de la naturaleza y las divisiones del ser predetermina la concepción de las formas fundamentales del pensamiento. En esta concepción no se presupone nada salvo la existencia de las cosas en su inagotable multiplicidad, y el poder de la mente para seleccionar de esta riqueza de existencias particulares los rasgos que son comunes a todas ellas. Cuando coleccionamos objetos caracterizados por la posesión de una propiedad común en clases, y cuando repetimos este proceso hacia niveles más altos, surge desde allí un orden y una división del ser siempre más firme, de acuerdo con la serie de semejanzas fácticas que corren a través de las cosas particulares. En esta visión de las cosas, la función del pensamiento se reduce a comparar y diferenciar una variedad sensorialmente dada. Esta comparación y diferenciación busca determinar los rasgos esenciales que las partes del múltiple comparten y, por ende, conduce a la abstracción. El concepto abstracto captura lo que hay de esencial en las cosas y deja todo lo particular de lado, en él no hay mezcla alguna de elementos disímiles.

Según esta concepción, los conceptos de las matemáticas están en pie de igualdad con los conceptos empíricos. En efecto, de la misma manera en que formamos nuestro concepto de árbol seleccionando el grupo de propiedades comunes a olmos, pinos y hayas, de igual manera formamos el concepto de una figura rectangular plana aislando las propiedades comunes que encontramos en cuadrados, rombos, trapecios, etc. Según Cassirer, toda serie de objetos comparables tiene un concepto genérico supremo que comprende dentro de sí mismo todas las determinaciones en las cuales esos objetos coinciden, mientras que, por otro lado, dentro de este género supremo, se definen las subespecies mediante propiedades que pertenecen sólo a una parte de los elementos. En la misma forma en que ascendemos desde las especies a un género más alto abandonando ciertas caracte-

3. Con anterioridad, Hegel mismo había criticado la teoría de la abstracción y opuesto la visión de que el pensamiento abstracto no puede ser visto como ignorando los datos sensoriales, sino como la superación (*Aufheben*) y la reducción del material a la esencia que sólo se manifiesta en el concepto. Véanse especialmente las observaciones introductorias a la sección dedicada a la «doctrina del concepto» de *La ciencia de la lógica*.

rísticas, mediante un proceso inverso llevamos a cabo la especificación del género mediante la adición progresiva de nuevos elementos de contenido. De este modo, la intensión de un concepto aumenta cuando descendemos de conceptos de más alto nivel a conceptos de más bajo nivel, disminuyendo el número de especies subordinadas al concepto, y disminuye cuando el número de especies aumenta. Así, cuanto más abstracto es el concepto, esto es, cuanto menos contenido tenga, más vacío de significado es.

Ahora bien, de acuerdo con Cassirer, es en este punto donde surgen ciertas sospechas respecto a la concepción clásica de la formación de conceptos. En primer lugar, lo que siempre esperamos y exigimos de un concepto es esto: que en lugar de la original indefinición y ambigüedad de las ideas, presente una clara y marcada determinación. El caso del concepto abstracto no parece cumplir esta condición, dado que «Las líneas de distinción parecen las más borradas» (Cassirer 1910/1923: 6). En segundo lugar, si toda la construcción de conceptos consiste en seleccionar de una pluralidad de objetos ante nosotros sólo las propiedades similares, mientras rechazamos el resto, es claro que a través de esta suerte de reducción lo que es meramente una parte ha tomado el lugar de un todo sensorial. No obstante, se afirma que esa parte caracteriza al todo. En consecuencia, el concepto abstracto ignora el caso particular del que parte y busca la negación de sus peculiaridades.

Un defensor de la concepción clásica diría, no obstante, que lo que se escoge de esos particulares no es algo arbitrario sino algo «esencial». Sin embargo, las reglas tradicionales para la formación de conceptos genéricos no incluyen garantía alguna de que ese fin será obtenido. De hecho, no hay nada que nos asegure que las propiedades comunes que seleccionamos de una colección arbitraria de objetos incluyen los rasgos verdaderamente típicos que caracterizan y determinan la estructura total de los miembros de esa colección. Para un aristotélico, no obstante, esto no puede ser así; pero no puede serlo debido a que su lógica descansa en su metafísica, y su doctrina del concepto no es más que un nexo entre ambas. Para él, el concepto no es un mero esquema subjetivo en el cual coleccionamos los elementos de un grupo arbitrario de cosas. Esta selección sería vacía si no se asume que lo que obtenido es, al mismo tiempo, la *forma* real que garantiza la conexión causal y

teleológica de las cosas particulares. Los procesos de comparar y agrupar cosas según sus similitudes, como se expresa en el lenguaje, no conducen a lo que es indefinido, sino al descubrimiento de las esencias reales de las cosas. Así, según nos explica Cassirer: «La determinación del concepto según su siguiente género superior y su diferencia específica reproduce el proceso mediante el cual la sustancia real se desarrolla sucesivamente en sus formas especiales de ser» (*ibíd.*: 7). Por lo tanto, es al concepto de *sustancia* a lo que la teoría lógica de Aristóteles hace constante referencia. El pensamiento, en todo caso, se limita a aislar los tipos específicos, los factores activos que determinan inmanentemente la realidad individual concreta.

El esquema básico de sustancia y accidente excluye hablar de categorías como la de cantidad, cualidad o relación si no es como propiedades de una realidad absoluta que existe por sí misma. La categoría de relación es especialmente forzada a una posición dependiente y subordinada por esta doctrina metafísica fundamental. La relación no es independiente del concepto del ser real; sólo puede agregar modificaciones externas y complementarias al último sin que afecte a su «naturaleza» real. De acuerdo con Cassirer, los textos de lógica formal evidenciaron durante mucho tiempo este desprecio de la doctrina tradicional por las determinaciones relacionales, consideraron a tales determinaciones entre las propiedades «no-esenciales» de un concepto.[4]

Surge entonces, según Cassirer, una distinción metodológica de gran significación: «Las dos formas clave de la lógica, que se oponen especialmente una a otra en el moderno desarrollo científico, son distinguidas —como será más claro— por el valor diferente que le es dado al *concepto-cosa* o al *concepto-relación*» (*ibíd.*: 9).

Que la concepción del concepto-cosa ha permanecido atrincherada en el corazón de la doctrina lógica del concepto lo muestra que una de las críticas más fuertes contra la concepción aristotélica, la de Berkeley, deja incólume el punto en cuestión. En efecto, el conflicto entre nominalismo y realismo sólo atacaba la cuestión de la realidad metafísica de los conceptos, mientras que la validez de la doctrina del concepto no era considerada. Se puso

4. Muy probablemente Cassirer se refiera aquí a Bradley, quien en su *Appearance and Reality* desarrolla un argumento en contra de la realidad de las relaciones. Véase el cap. III de dicha obra.

en cuestión la realidad de los «universales», pero la idea de que el concepto ha de ser concebido como un género universal, como el elemento común en una serie de cosas similares, permaneció intocable. La crítica psicológica del concepto por parte de Berkeley o el giro psicologista en la teoría de la formación de conceptos sólo traslada el problema a otro campo. Mientras que al comienzo eran las cosas externas las que eran comparadas y desde las cuales se obtenía un elemento común, ahora son las representaciones psíquicas, como sustitutos de las cosas, las que son sometidas al mismo proceso de comparación. A las «formas sustanciales» que, de acuerdo con Aristóteles, representan la meta final de esta actividad de comparación, les corresponden ciertos elementos fundamentales, que corren a través del campo total de la percepción. Esta versión psicológica de la teoría clásica de formación de conceptos tiene en su base una idea simple y básica; a saber, la capacidad del sujeto para reproducir cualquier contenido de representación dado. Los objetos abstractos surgen como combinaciones de ciertas representaciones almacenadas en la memoria. Estas combinaciones consisten en una firme conexión entre elementos similares de percepciones sucesivas. Los elementos diferenciadores tienden más y más a desaparecer, y los elementos coincidentes que forman un todo unitario y fusionado constituyen la naturaleza psicológica del concepto, que es tanto en origen como en función una totalidad de residuos de la memoria.

Ahora bien, en orden a hacer una valoración de esta concepción del concepto, Cassirer se pregunta lo siguiente: «¿Es la teoría del concepto, tal como es aquí desarrollada, una imagen adecuada y fiel del procedimiento de las ciencias concretas?» (*ibíd.*: 11), y responde: «Con relación a la teoría aristotélica, al menos, esta pregunta debe ser respondida negativamente» (*ibíd.*: 12).

De acuerdo con Cassirer, esta teoría a lo sumo podía ser efectiva en la explicación de la naturaleza y formación de los conceptos en las ciencias empíricas, por ejemplo, en la biología, que era el campo de interés de Aristóteles. Pero en cuanto dejaba esas ciencias y pasaba, por ejemplo, a la geometría, la teoría dejaba de desarrollarse natural y libremente. Así, no es tan fácil ver que conceptos como el de punto, línea o plano surgen como abstracción de diferentes cosas o representaciones individuales dadas. Antes bien, para Cassirer, los conceptos matemáticos, al igual que para Kant, «surgen a través de la definición genética, a través del esta-

blecimiento de una conexión constructiva» (*ibíd.*: 12) y son, por lo tanto, producto de una actividad sintética creativa y constructiva.[5] Surge aquí, como opuesto a la mera «abstracción», un acto de pensamiento mismo, una libre producción de un cierto sistema relacional. El proceso de «abstracción» no cambia la constitución de la realidad objetiva, sino que se limita a instituir ciertos límites y distinciones en ella, no agrega ningún dato nuevo a la corriente de impresiones sensoriales. En las definiciones de la ciencia matemática pura, en cambio, el mundo de las cosas o representaciones sensibles no es simplemente reproducido sino transformado y suplantado por un orden de otra suerte. Si este método de transformación es exhibido, presentará ciertas formas de relación o «un sistema ordenado de funciones intelectuales estrictamente diferenciadas» (*ibíd.*: 14), las cuales no podrán ser justificadas por el esquema de la «abstracción». Sin embargo, enfatiza Cassirer, este proceso de transformación de los datos no es privativo de la ciencia matemática, pues si ahondamos en la formación de conceptos en la física teórica encontraremos el mismo proceso de transformación de la realidad sensible concreta. Los conceptos de la física tampoco intentan meramente reproducir el múltiple sensorial, sino que colocan en su lugar otro múltiple que coincide con ciertas condiciones teoréticas.

La teoría abstraccionista de la formación de conceptos tiene en su base una idea simple; a saber, la predominancia gradual de las semejanzas de las cosas sobre sus diferencias. Esta predominancia se explica por la idea de que las semejanzas solas, en virtud de sus variadas apariciones, se imprimen sobre la mente, mientras que las diferencias individuales, que cambian de caso a caso, fallan en obtener fijación y permanencia. No obstante, para que esta relación sea posible, la concepción «abstraccionista» ha postulado la necesidad de una función del pensamiento que relaciona un contenido presente con uno pasado y los reconoce a ambos como idénticos. Sin embargo, la crítica de Cassirer se orienta a mostrar que esta función de recolección de semejanzas no es suficiente para la conformación de un concepto. Dado que

5. Debe ser dicho que el método constructivo sintético al cual Cassirer hace referencia como propio de la matemática no es más que el método de la geometría antigua, que había sufrido un nuevo ímpetu en el siglo XIX y que Cassirer consideraba crucial tanto desde el punto de vista histórico como epistemológico. En la siguiente sección diré algo acerca de esta influencia sobre el pensamiento de Cassirer.

la síntesis que conecta las dos condiciones temporalmente separadas no posee un correlato sensible inmediato en dichos contenidos, se sigue que el mismo material sensorial puede ser aprehendido bajo formas conceptuales muy diferentes. Esto es, aquello que une los elementos de una serie *a, b, c...* no es en sí mismo un nuevo elemento que está mezclado fácticamente con ellos, sino que es una regla de progresión que permanece idéntica a través de los cambios en contenido. Por ello, la psicología de la abstracción necesita postular, además, que las percepciones puedan ser ordenadas en «series de similares», donde se supone una relación intrínseca entre cada miembro de esa serie. Sin esa relación entre cada miembro de la serie, nunca podría concebirse la idea de una conexión genérica y, por ende, la idea misma de objeto abstracto. Esta transición de miembro a miembro presupone manifiestamente un principio de acuerdo con el cual dicha transición toma lugar, y por el cual se determina la forma de la dependencia entre cada miembro y el siguiente. De esta forma, parece que toda construcción de conceptos supone una forma definida de construcción de series.[6]

De igual manera, ordenar o aprehender conceptualmente un múltiple sensorial significa presentar sus miembros en una concatenación definida de acuerdo con una relación *generadora* fundamental. A la identidad de esta relación generadora a través de los cambios en contenido la llamamos propiamente un *concepto.* Es de fundamental importancia reiterar que esta identidad de referencia bajo la cual la comparación toma lugar es completamente diferente de los contenidos comparados, y esto debe ser visto como un hecho irreducible que pertenece a la «forma de la conciencia». Por lo tanto, la «forma de la serie» no debe ser confundida con los «miembros de la serie», dado que pertenecen a diferentes dimensiones. La primera dicta la «ley» mediante la cual los segundos son relacionados y, por lo tanto, la simple enumeración de estos últimos no agota el significado de la primera. A esta función conceptual así entendida puede, no obstante, corresponderle un objeto abstracto que surge o evoluciona de la identidad de dicha función, pero este objeto abstracto (una representación gene-

6. Para una explicación detallada de los conceptos de «serie» y «orden», afínes al uso que Cassirer hace, véanse los caps. XXIV y XXV de *The Principles of Mathematics* de B. Russell.

ral en la cual se unen rasgos similares) no afecta a la caracterización lógica del concepto. Esto es, el objeto abstracto no entra como un elemento efectivo en la definición del concepto.

Otro elemento importante en la crítica de Cassirer a la concepción «abstraccionista» de la formación de conceptos es el siguiente: si aceptamos esta concepción, dice Cassirer, aceptamos con ella la doctrina básica, ya mencionada con anterioridad, de que el proceso de construcción de un concepto descansa en la incapacidad de la mente humana para representarse con absoluta fidelidad las imágenes de la memoria que permanecen en ella desde experiencias anteriores. Si esta condición no se siguiera, la idea misma de una comparación de contenidos sería absurda, pues si se recordaran con toda vivacidad y detalle esos contenidos, éstos no podrían ser tomados como completamente similares a una nueva impresión. Lo que se sigue de esta visión de las cosas es el «resultado paradójico de que el pensamiento crece desde conceptos más bajos a más altos e inclusivos, se mueve a partir de meras negaciones» (*ibíd.*: 18), esto es, que toda la labor lógica que aplicamos a un contenido sensorial sólo nos sirve para separarnos más y más de ese contenido. Aquí se ve claramente que el nombre de «abstracción» hace honor a su idea central; a saber, que el proceso nos obliga a separarnos de lo propio que caracteriza a un contenido dado.

Según Cassirer, el ejemplo de los conceptos matemáticos nos enseña que esta separación no es inevitable, que podemos hablar con propiedad de que los conceptos generales no cancelan las determinaciones de los casos particulares, sino que las retienen completamente. El matemático es capaz de deducir los casos especiales desde una fórmula universal. En los conceptos escolásticos, no obstante, esa deducción es imposible, puesto que esos conceptos se forman precisamente rechazando lo particular, y así la reproducción de los momentos particulares del concepto parece excluida. Para Cassirer, «El concepto genuino no ignora las peculiaridades y particularidades que sostiene bajo él, sino que busca mostrar la necesidad de la ocurrencia y conexión de esas particularidades» (*ibíd.*: 19). Dado que el concepto no es más que una regla universal para la conexión de particulares, lo que da es precisamente una caracterización de los particulares que pertenecen a la serie, *i.e.*, muestra la necesidad del lugar que ocupa cada caso específico dentro de dicha relación.

Según Cassirer, la lógica moderna ha intentado dar cuenta de la naturaleza dual del concepto matemático, oponiendo su universalidad abstracta a su universalidad concreta. La universalidad abstracta pertenece al género en la medida en que, considerada en y por sí misma, excluye toda diferencia específica; la universalidad concreta, por el contrario, pertenece al todo sistemático que adopta en su interior las peculiaridades de todas las especies y las desarrolla según una regla. Cassirer acude a un ejemplo tomado de Drobisch para ilustrar el punto:

> Cuando, por ejemplo, el álgebra resuelve el problema de encontrar dos números enteros cuya suma es igual a 25, y de los cuales uno es divisible por 2 y el otro por 3, expresando el segundo mediante la fórmula 6z + 3, en la cual z sólo puede tener los valores 0, 1, 2, 3, y desde la cual se sigue 22 – 6z como una fórmula de la primera, esas fórmulas poseen universalidad concreta. Ellas son universales debido a que representan la ley que determina todos los números buscados; son también concretas debido a que, cuando se le da a z los anteriores cuatro valores, los números buscados se siguen de esas fórmulas como especies de las mismas [*ibíd.*: 21].

El ejemplo ilustra que toda función matemática representa una ley universal que, en virtud de los valores sucesivos que la variable pueda asumir, contiene dentro de sí misma todos los casos particulares para los cuales se sostiene.

El reconocimiento de la naturaleza funcional del concepto matemático es de enorme importancia para Cassirer, pero encuentra que aquellos que han enfatizado esta imagen de los conceptos matemáticos no se han percatado de que el campo de aplicación de este modo de entender las cosas no está confinado a la ciencia matemática, sino que «se extiende al campo del conocimiento de la naturaleza; porque el concepto de función constituye el esquema general y el modelo de acuerdo con el cual el concepto moderno de la naturaleza ha sido moldeado en su desarrollo histórico progresivo» (*ibíd.*: 21). En efecto, la idea misma de función matemática enseña que el presupuesto básico de la teoría de la abstracción; a saber, que el proceso en la formación de conceptos supone la retención de determinadas «marcas» constantes de las cosas, con el consiguiente empobrecimiento del contenido conceptual, es esencialmente falso. En lugar de eso, la naturaleza funcional

del concepto enseña que podemos abstraer, por ejemplo, los colores particulares de los objetos para conformar el concepto de un color dado, sólo si retenemos la serie total de colores como determinaciones especiales del color en cuestión. Así, el concepto ya no debe ser visto como una entidad que concentra las «marcas» comunes a una multiplicidad de objetos, entidad que luego comparamos con los ejemplares de objetos con los cuales nos enfrentamos, sino como una regla que nos permite identificar un objeto entre los miembros de una serie.

De este modo, Cassirer cree que el tipo de función conceptual que domina en las matemáticas también lo hace en la ciencia empírica, y le reprocha a los logicistas el que no hayan dado este paso. Así, en su reseña de *Los principios de las matemáticas* de Russell, dice:

> Sólo cuando hemos entendido que la misma síntesis fundacional sobre la cual descansa la lógica y las matemáticas también gobierna la construcción científica del conocimiento empírico, que ella hace posible que podamos hablar de un orden estricto y legaliforme entre las apariencias y de este modo de su significado objetivo: sólo entonces se obtiene la verdadera justificación de los principios [Cassirer 1907: 44].

Para Cassirer, a diferencia de Kant, es sólo a través del reconocimiento de que el mismo tipo de construcción de conceptos subyace al conocimiento matemático y al empírico, que ese modo de construcción obtiene verdadera justificación objetiva, pues se revela como el fundamento constitutivo de todo conocimiento. En su opinión, la ciencia matemática y la ciencia empírica exhiben el orden y la totalidad de las «formas seriales puras», y es tarea de una *lógica del conocimiento objetivo* investigar y exponer de una manera sistemática esos principios formales constitutivos del conocimiento.

Inducción, leyes generales y los «invariantes lógicos de la experiencia»

Desde el punto de vista de Cassirer, no hay duda alguna de que el método inductivo es el método *par excellence* de la ciencia y cognición empíricas (*pace* Popper). En los filósofos que presenta-

mos en nuestro capítulo anterior la inducción era esencialmente un procedimiento empírico mediante el cual el sujeto constituye ciertas nociones que le serán de utilidad epistémica en su aprehensión del mundo; por ejemplo, la noción de espacio. Asimismo, como también notamos oportunamente, tanto en Helmholtz como en Poincaré, este procedimiento no puede entenderse a la manera empirista clásica, esto es, bajo la idea de una simple y desnuda recolección de semejanzas entre los fenómenos, sino antes bien como un proceso que se encuentra regulado en toda su extensión por una función intelectual que asigna a cada momento de ese proceso un estatus más que meramente empírico.[7]

En Cassirer, esta idea es llevada a su máxima expresión y un «análisis más profundo revela aquí también que la clasificación de particulares en apariencia puramente receptiva está dominada por presuposiciones ideales» (Cassirer 1910/1923: 250). Veamos a qué conduce este análisis.

Según Cassirer, el primer hecho que debe reconocerse en todo juicio empírico, algo que los empiristas han pasado por alto, es el elemento de «eternidad» que encierra. Ningún juicio de la ciencia natural se limita a establecer qué impresiones sensoriales se encuentran en la conciencia de un observador individual, en un punto definido del tiempo. Así como el matemático trata las relaciones geométricas o aritméticas puras, haciendo caso omiso de las particularidades de sus propias representaciones, así el científico que presenta los resultados de una investigación experimental siempre va más allá de un simple informe de sus experiencias perceptivas particulares. Lo que presenta no es la corriente de impresiones sensoriales relacionadas con el acontecimiento en cuestión, sino las propiedades constantes de las cosas y los sucesos. Esto no significa un abandono de las particularidades perceptivas relacionadas, sino una verdadera «transformación» de ese contenido, en la medida en que se impone sobre esos datos una nueva forma de realidad. Esta nueva forma de realidad no se erige sobre la base de la mera combinación de las representaciones, sino que presupone una actividad independiente y constructiva, una actividad que podemos llamar propiamente «idealizatoria». Esta última supo-

7. Recordemos que para Helmholtz la idea del libre movimiento de los cuerpos rígidos es una idea «trascendental en el sentido de Kant», y para Poincaré la idea matemática de grupo «preexiste potencialmente en nuestra mente».

ne, en principio, una nueva suerte de validez temporal, algo que la experiencia sensorial como tal no puede establecer. Lo que un individuo afirma acerca de un hecho, independientemente de las particularidades con él relacionadas, supone cierta persistencia en el tiempo, en la medida en que las condiciones epistémicas permanecen incambiadas. Si esto no fuera posible, esto es, si no nos fuera posible ascender desde ciertas condiciones ambiguas y cambiantes al establecimiento de un hecho propiamente dicho, *i.e.*, al establecimiento de relaciones permanentes, no podríamos hablar propiamente de conocimiento, sino a lo sumo de una conjunción de propiedades subjetivamente ordenadas.

De acuerdo con este modo de ver las cosas, según Cassirer, aquello que afirmamos de un cierto hecho, esto es, la descripción que hacemos de él según ciertas categorías objetivas, no es algo que pueda ser cambiado. Lo que cambiamos, según la investigación empírica siempre creciente, no es tanto la relación establecida a través del juicio, es decir, la conexión estructural, sino la naturaleza de las cosas que decimos del objeto al cual ese juicio se refiere. Dado que la inmediatez de los juicios netamente subjetivos se pierde en las afirmaciones objetivas de la ciencia, no puede esperarse un cambio radical en la concepción objetiva de los hechos. Lo que hacemos, en todo caso, es agregar a lo establecido con anterioridad nuevas determinaciones conceptuales, esto es, nuevas propiedades del objeto que hemos descubierto. El avance en la observación es al mismo tiempo un avance en el análisis, pues distingue con creciente exactitud las propiedades que le pertenecen a los objetos, y ésta es una tarea que, en principio, no podemos dar por terminada nunca. Así, de acuerdo con Cassirer, el reino de las relaciones mediante las cuales constituimos objetivamente nuestra experiencia permanece, al igual que para Kant, incambiado a través del tiempo. Volveré a este punto más adelante.

En orden a elucidar la relación existente entre las experiencias perceptivas subjetivas y los juicios objetivos de la ciencia, Cassirer apela a la vieja distinción kantiana entre juicios de percepción y juicios de experiencia. De acuerdo con el modo en que Cassirer entiende esta distinción, un juicio de percepción «incluye todo lo que el empirismo dogmático ve como la marca y el carácter genuino de la experiencia» (*ibíd.*: 245), esto es, no intenta ser más que el informe de una experiencia individual y

momentánea,[8] y tiene la propiedad fundamental de que no conecta sujeto y predicado según un punto de vista intelectual independiente y coherente, sino que los toma como ocurrieron accidentalmente en una conciencia individual, según reglas de asociación subjetiva. Cuando pasamos a la esfera del juicio de experiencia, encontramos totalmente otra cosa. Aquí encontramos que, no obstante lo estrecho que pueda considerarse el ámbito conceptual del caso, el juicio siempre afirma cierta medida de objetividad. Nunca está satisfecho con establecer una mera coexistencia de representaciones, sino que erige una «coordinación funcional» entre ellas, de modo que siempre que un contenido es dado, el otro se requiere como necesario. Aun en la dimensión de los juicios meramente empíricos, siempre encontraremos este establecimiento de una conexión necesaria entre sus miembros. La ciencia intenta hacer predicciones acerca de acontecimientos individuales, por ello el paso desde el juicio de percepción al juicio de experiencia no supone el abandono del contenido inicial sino su subsunción bajo leyes rigurosas y exactas.

La meta real de la «inducción» no es, entonces, el hecho temporal aislado como tal, sino la subordinación de este hecho al proceso total de la naturaleza. De este modo, el secreto de la inducción se encuentra contenido en el establecimiento del caso individual, pues ya aquí se exhibe la naturaleza misma del proceso; a saber, aquel mediante el cual «colocamos un contenido empírico más allá de sus límites temporales dados y lo retenemos en su carácter determinado para todos los puntos de la serie temporal» (*ibíd.*: 247). En efecto, de acuerdo con Cassirer, el establecimiento de un hecho individual enseña ya ciertos rasgos estructurales en virtud de los que se halla constituido, esto es, exhibe las leyes permanentes que constituyen el ámbito global de nuestra experiencia. De este modo, todo juicio individual es un símbolo del proceso total y de sus reglas universales.

De acuerdo con Cassirer, los dos momentos fundamentales de la inducción son: la aprehensión de hechos particulares y la conexión de esos hechos mediante leyes, los cuales se encuen-

8. A pesar de lo problemático que esto pueda resultar, quizás podríamos decir que las famosas *Konstatierungen* de Schlick de 1934, se corresponden con esta caracterización de los juicios de experiencia.

tran conectados mediante una única función del pensamiento. En ambos casos, el problema es extraer del flujo de la experiencia elementos que puedan ser usados como constantes de construcción teorética.[9] Como ha sido expresado con anterioridad, en todo establecimiento de un hecho a través de un juicio se especifica una conexión necesaria e incambiable. A estas conexiones necesarias e incambiables las llamamos «leyes de la naturaleza». En estas «leyes de la naturaleza» descubrimos lo que puede ser llamado *constantes de un orden superior*, esto es, aquellas relaciones que determinan que un hecho individual tenga determinada estructura. Sin embargo, apunta Cassirer, estas *constantes de orden superior* se resuelven, en cada periodo de tiempo, en variables. Son válidas con relación a cierta esfera de experiencia, y en la medida en que esta esfera se extiende, están sujetas al devenir. Así, la ciencia presenta en cada periodo de tiempo la apariencia de haber obtenido la forma completa de la experiencia; pero esto no es más que eso, una apariencia, pues el crecimiento de la investigación empírica, y el estar abierto a ese crecimiento, hace abandonar toda presunción de haber llegado a la completitud en esa forma. Sin embargo, este modo de ver las cosas no debe llevarnos a un escepticismo radical, que nos conduzca a pensar el desarrollo de la ciencia como la historia de las imágenes del mundo alternativas que se suplantan unas por otras. Según Cassirer, al igual que nuestra cognición individual presenta una conexión esencial entre sus ámbitos representacionales, conexión posibilitada por el orden temporal de «antes» y «después», orden sobre el cual descansa la «forma serial» en la que ellos participan, de la misma manera en las sucesivas fases de la ciencia este postulado se sigue con completa claridad. En efecto, si de acuerdo con Cassirer tomamos como dado el todo de la experiencia en un momento dado del tiempo y en un estadio definido del conocimiento, este todo nunca es un mero agregado de datos perceptivos, sino que es dividido y unificado según un punto de vista teorético definido. De acuerdo con Cassirer, podemos representarnos la totalidad del conocimiento empírico bajo la forma de una función, que reproduce la rela-

9. Adviértase el símil de esta idea con la concepción de Poincaré que afirmaba que la experiencia no es más que la ocasión mediante la cual ciertas nociones matemáticas que preexisten en nosotros se actualizan.

ción característica mediante la cual concebimos los miembros individuales ordenados en dependencia mutua. Esta forma general puede ser simbolizada como *F* (A, B, C, D...). A su vez, cada uno de los elementos que aparecen en la función puede entenderse como un sistema complejo; por ejemplo, A puede ser suplantado por *f* (a1, a2... an), y B por φ (b1, b2... bn). «Así, surge una totalidad compleja de síntesis que se solapan, que están en una cierta relación mutua de supra y subordinación» (*ibíd.*: 267).

Dos campos de fenómenos A y B son ordenados individualmente según una ley particular ψ1 (α1, α2, α3), ψ2 (β1, β2, β3); esas leyes son conectadas mediante una nueva relación φ (ψ1, ψ2), hasta que finalmente obtenemos la relación más general, que asigna a cada factor individual su lugar definido respecto a los otros. De acuerdo con lo anterior, F es analizado como una estructura de determinaciones mutuamente dependientes, que podemos representar simbólicamente, por ejemplo, mediante la expresión F {φ1 (ψ1 ψ2), φ2 (ψ3 ψ4), φ3...}.

Ahora bien, si se encuentra que cierta observación no coincide con las determinaciones predichas y calculadas mediante la fórmula teorética general, entonces la fórmula requiere de modificación. Esta modificación no puede consistir, según Cassirer, en una corrección indiscriminada, sino antes bien según un principio metodológico bien definido. «La transformación ocurre, por así decirlo, "desde dentro hacia fuera"» (*ibíd.*: 267), esto es, mientras se retienen las relaciones más inclusivas F, φ1, φ2, etc., se modifican las más especiales ψ1, ψ2. De este modo, se intenta restablecer la incompatibilidad entre teoría y datos. No obstante, las modificaciones pueden afectar no sólo a las partes más empíricas de la teoría, sino también al marco de principios y leyes generales. Por ejemplo, «también principios como aquellos sobre los cuales Newton funda su mecánica no necesitan ser tomados como dogmas absolutamente incambiables; pueden ser vistos como "hipótesis" intelectuales temporalmente más simples, mediante las cuales establecemos la unidad de la experiencia» (*ibíd.*: 268). En este caso, lo que parece que tenemos es un cambio en las reglas funcionales mismas, en las reglas mediante las cuales dotamos a los datos de la experiencia de una forma de temporalidad y objetividad radicalmente distinta. No obstante, esta transición de un marco conceptual a otro «nunca significa que la forma fundamental desaparece absolutamente y otra for-

ma absolutamente nueva surge en su lugar» (*ibíd.*: 268), antes bien, dado que el nuevo marco contiene las respuestas a preguntas planteadas por el viejo esquema, esto es base, según Cassirer, para pensar que existe una conexión lógica entre ambos marcos, una conexión que implica compartir una misma forma judicativa, esto es, una misma función lógica generadora de series.

Es esta misma función básica compartida la que hace posible la comparación de un marco y otro, y la que conmina a los científicos a mantener cierto cuerpo de principios inafectados. Estos principios conforman aquel medio imprescindible para que marcos teóricos sucesivos puedan ser comparados, son el estándar de medida necesario para llevar a cabo esta comparación progresiva. Así, a través de los cambios en los sistemas teórico-hipotéticos permanecen ciertos principios lógicos generales, que son la verdadera condición de posibilidad del establecimiento progresivo de marcos conceptuales. Cassirer llama a estos principios permanentes los «invariantes de la experiencia»,[10] e incluye entre ellos las categorías de espacio y tiempo, de magnitud y de dependencia funcional de magnitudes. De acuerdo con lo antedicho, el significado de estas funciones no es afectado por un cambio en el contenido de la experiencia; por ejemplo, la validez de la dependencia espacio-temporal de los elementos en los procesos naturales, tal como se expresa en la ley causal universal, permanece inafectada a través de los cambios en los principios causales particulares.

Desde este punto de vista, el viejo y controversial término de «*a priori*» sólo puede estar reservado para estos invariantes lógicos últimos de la experiencia. Una cognición es llamada «*a priori*» no por ser anterior a la experiencia, sino porque está contenida como una premisa necesaria en todo juicio válido concerniente a los hechos.[11] Esto es, si analizamos un juicio de tal naturaleza, vamos a encontrar, conjuntamente con los conteni-

---

10. Al bautizar a lo *a priori* de esta manera, Cassirer se está haciendo eco del revolucionario programa de estructuración de la geometría llevado a cabo por Félix Klein y conocido como Programa de Erlanger. En el capítulo final se proporciona una breve explicación de este programa.

11. Alrededor de 30 años más tarde, R.G. Collingwood desarrolló su teoría de las *presuposiciones*, que distinguió en relativas y absolutas, y que es claramente reminiscente de la concepción de Cassirer. Debo notar, no obstante, que para Collingwood aun las presuposiciones absolutas están sujetas al devenir histórico. Para más detalles, véase su *An Essay on Metaphysics*, Oxford, Oxford U. Press, 1940, caps. V-VII.

dos inmediatos proporcionados por los sentidos, algo permanente que condiciona el modo en que esos contenidos se nos presentan en la forma de un hecho.

Lo «*a priori*» es, entonces, esta conexión judicativa, este ámbito de relaciones que a su vez se estructuran jerárquicamente.

De este modo, la tarea de la filosofía crítica sería completa si fuéramos capaces de aislar estos elementos últimos y comunes a toda forma de experiencia científica, pero dado que se reconoce que la investigación empírica y la postulación de sistemas hipotéticos comprenden un desarrollo nunca acabado, no es posible cumplir esa meta en algún estadio definido del conocimiento, sólo queda «como una exigencia, y prescribe una dirección fija al continuo despliegue y evolución de los sistemas de experiencia» (*ibíd.*: 269).

Así, parece que Cassirer permanece fiel a la ortodoxia kantiana al reconocer en lo *a priori* los rasgos más fundamentales de esa noción; a saber, constitución del objeto de experiencia y validez para todo tiempo y lugar. Sin embargo, a diferencia de Kant, mantiene dichos rasgos separando dos componentes que en aquél conformaban una unidad, esto es, los sistemas teóricos determinados y las condiciones de posibilidad de la aplicación de dichos sistemas. En efecto, en opinión de Cassirer, los primeros cambian como resultado de la investigación empírica en constante crecimiento; los segundos, en cambio, permanecen invariados como la ley lógica que regula el establecimiento del orden en la naturaleza.

Tenemos, entonces, dos tipos de *a priori* que, según Cassirer, condicionan nuestro conocimiento de la experiencia: uno relativizado y dinámico, dependiente de los sistemas teóricos particulares; el otro, al condicionar la posibilidad de aplicación de los primeros, no puede variar ni cambiar en naturaleza, permanece idéntico a través del tiempo, asegurando el establecimiento del orden en la naturaleza.

Hans Reichenbach: relatividad y *a priori*

En 1920, Hans Reichenbach publica su primera obra filosófica —*La teoría de la relatividad y el conocimiento a priori*—,[12] en

12. Aquí se citará por la versión inglesa *The Theory of Relativity and A priori Knowledge*, University of California Press, 1965.

la cual lleva a cabo una labor de reorientación de la teoría del conocimiento de raigambre kantiana, a la luz de los resultados obtenidos por Einstein en su teoría de la relatividad.

Reichenbach se pregunta el porqué de que el sistema kantiano fuera tan poderoso siendo a la vez tan poco accesible, y cree que sería erróneo pensar que la mera completitud del sistema fuera una razón suficiente, ya que hubo muchos sistemas filosóficos igualmente comprehensivos que no tuvieron el éxito del sistema kantiano.

De acuerdo con Reichenbach, el éxito de Kant provino de su capacidad para haber concentrado el concepto de conocimiento de su época en una fórmula, un concepto de conocimiento que fue creado por la ciencia en su tremendo esfuerzo por resolver sus propios problemas. El sistema de Kant no tomó la ruta desde la especulación a los hechos, sino de los hechos a la especulación. Su punto de partida no fue un concepto ficticio de conocimiento, sino el concepto del conocimiento de su tiempo. Reichenbach piensa que ésta es la razón por la que el sistema de Kant está mucho más anclado en la realidad que cualquier otro sistema especulativo. Sin embargo, Reichenbach fue totalmente consciente de que, como antes dijo Schlick, le hacemos poco favor a la filosofía y al conocimiento en general si nos adherimos dogmáticamente a nuestras teorías y sistemas filosóficos más queridos, intentando hacer compatible con ellos aquellos resultados que la investigación empírica nos provee. De acuerdo con Reichenbach, la grandeza de una contribución histórica no consiste en predecir el desarrollo futuro, sino en producirlo. Aunque el sistema de Kant ya no es enteramente válido para nosotros y sus doctrinas pertenecen al pasado, su trabajo preparó el camino para que la filosofía de la ciencia moderna avanzara.

Reichenbach también se sorprendió por el alcance que la teoría de Einstein tuvo aun en círculos de no expertos. Sugiere que el interés del hombre común por cuestiones que antes sólo interesaban a los expertos no es ni un fenómeno azaroso ni el resultado de una curiosidad, e intenta explicarlo como la consecuencia del sentimiento general de que la ciencia moderna está tratando cuestiones que van más allá del dominio de los expertos. De acuerdo con Reichenbach, todo campo especial de la ciencia, en el curso de su desarrollo histórico, experimenta periodos en los cuales sus cuestiones centrales afectan a círculos de interés

más amplios. Esto le sucedió, por ejemplo, a la física en el tiempo de Galileo, a la biología en el tiempo de Darwin, a la psicología freudiana, y a la teoría de la relatividad y la física cuántica.

Reconoce que hay una necesidad y un deseo de saber, aunque en cierto sentido esto puede parecer extraño, ya que las decisiones que conciernen a las acciones prácticas son decisiones de valor que no son suministradas por la ciencia. Sin embargo, existe una relación psicológica entre la ciencia y la evaluación humana. El conocimiento de la naturaleza y sus leyes nos coloca en una posición sobre la cual las cuestiones concernientes a valores y propósitos, elecciones y consecuencias de acciones reciben nueva luz. Las teorías de Copérnico, Darwin y Freud fueron interpretadas como quitando al hombre y a la Tierra de su posición de privilegio, y cuando la ciencia sintetiza exitosamente la gran variedad de fenómenos en una perspectiva amplia y coloca la pluralidad de los descubrimientos en una teoría comprehensiva, tiene lugar una respuesta emocional en el hombre común que presencia asombrado el gran panorama científico.

Reichenbach es perfectamente consciente de que los resultados de la teoría de la relatividad afectan decisivamente a los principios fundamentales del sistema kantiano del conocimiento —que intentaba avenirse filosóficamente con la física de Newton— y, en consecuencia, cree que parte de la doctrina kantiana ha de ser abandonada; sin embargo, también cree que la concepción kantiana del conocimiento posee un aspecto que aún puede ser preservado y servir como inspiración para la explicación de la estructura y función de las teorías científicas. Así expresa Reichenbach su convicción acerca del impacto de la teoría de la relatividad sobre el contenido de la epistemología:

> La teoría de la relatividad de Einstein ha afectado en gran manera a los principios fundamentales de la epistemología. No serviría a ningún propósito negar este hecho o pretender que la teoría física cambió sólo los conceptos de la física mientras que las verdades filosóficas permanecieron invioladas. Incluso aunque la teoría de la relatividad se interesa sólo por relaciones de mensurabilidad y magnitudes físicas, debe ser admitido que esas afirmaciones físicas contradicen los principios filosóficos generales [Reichenbach 1920/1965: 1].

Según Reichenbach, los resultados de la teoría de la relatividad entran en conflicto con varias presuposiciones fundamentales del sistema kantiano, entre ellas los conceptos de tiempo y espacio. Su tarea consistió en exhibir este conflicto y analizar qué queda del marco epistemológico kantiano. Su respuesta será que el marco de reflexión kantiano del conocimiento puede ser mantenido, a la luz de los cambios profundos ocurridos en la física, en dos aspectos fundamentales; a saber, en primer lugar, que toda teoría científica incorpora una serie de principios que constituyen condiciones de posibilidad de sus objetos de experiencia, es decir, cierto sistema conceptual básico que define un campo de posibilidades empíricas particulares; y en segundo lugar, que dichos principios conceptuales operan constitutivamente en la experiencia determinando *a priori* el ámbito del conocimiento empírico. Este último aspecto, de vital interés para este trabajo, fue articulado por Reichenbach desde dentro de cierta teoría de la cognición en boga a comienzos del siglo XX y que tuvo como su representante más importante a M. Schlick; a saber, la teoría de la cognición como coordinación. No obstante, como veremos, ambas maneras de concebir la coordinación fueron radicalmente diferentes.

Abordaré el análisis de la concepción de Reichenbach en el orden inverso al que acabo de mencionar: primero consideraré su idea de la coordinación y luego centraré mi atención en su concepción de lo *a priori*.

La cognición como coordinación y constitución

De acuerdo con Reichenbach, es un hecho notorio en la física moderna el que se representen todos los procesos en términos de ecuaciones matemáticas. Principalmente desde la época moderna, esta utilización de la herramienta matemática ha ido en aumento llevándose a cabo una verdadera matematización de la naturaleza. Sin embargo, advierte Reichenbach, esto no debe conducir a confundir ambas ciencias o a no reconocer sus diferencias esenciales. Ante todo, la verdad de las proposiciones matemáticas depende de relaciones internas entre sus términos, mientras que la verdad de las proposiciones físicas depende de su relación con algo externo. Esto ha conducido a sostener que las matemáticas poseen una certeza absoluta mientras que las

ciencias fácticas sólo son aproximativas. Sin embargo, la diferencia, según Reichenbach, radica en los objetos de conocimiento de ambas ciencias. De acuerdo con su manera de ver las cosas, «El objeto matemático de conocimiento es unívocamente determinado por los axiomas y las definiciones de las matemáticas... El objeto matemático recibe significado y contenido dentro de este marco de definiciones a través de un análisis de sus diferencias de y equivalencias con otros objetos matemáticos» (*ibíd.*: 35). Es importante destacar que en su visión, lo que los axiomas y las definiciones matemáticas determinan no es únicamente el significado de los conceptos que aparecen en las construcciones matemáticas, antes bien, lo que constituyen es el *objeto matemático* propiamente dicho.

En efecto, de acuerdo con Reichenbach, los axiomas, por ejemplo, los axiomas geométricos tal como Hilbert los ha explicitado, lo que definen son las propiedades que un objeto ha de tener para ser considerado un punto, una línea recta, etc. Entonces, «Los puntos y líneas rectas de Hilbert son aquellas entidades que poseen las propiedades establecidas en los axiomas» (*ibíd.*: 35). Esas propiedades son propiedades meramente estructurales y, por lo tanto, pueden ser compatibles con diferentes contenidos intuitivos que se les den a esos objetos. Así, en la geometría proyectiva, por ejemplo, los teoremas para el plano continúan siendo correctos aunque los conceptos de punto y línea recta se intercambien. Sus relaciones definidas axiomáticamente son simétricas para los dos conceptos. Es decir, aunque cambie el significado intuitivo de los conceptos, los teoremas continúan siendo verdaderos aún intuitivamente.

Cuando pasamos al objeto físico, y al contemplar el procedimiento de la ciencia física, parece que ésta determina su objeto mediante ecuaciones puramente matemáticas, desarrollando el método de definir una magnitud en términos de otra y relacionando éstas con magnitudes más y más generales hasta llegar a axiomas. Sin embargo, lo que se obtiene de esta forma no es más que un sistema de relaciones matemáticas, mientras que se supone que la física ha de tener una significación empírica, esto es, ha de ser fiel a la realidad. Lo que se requiere para obtener esa relación es más que la simple coherencia interna que poseen las matemáticas, debe ser posible «coordinar» el sistema de ecuaciones matemáticas con el sistema de la realidad. Veamos entonces qué entiende Reichenbach por «coordinación».

En primer lugar, Reichenbach señala que uno de los polos de la coordinación, lo real, es siempre dado a través de la percepción. Es inherente a la naturaleza humana el que lo real, cualquier cosa que esto sea, sea mediado por la receptividad sensorial, y ésta puede ser entendida fundamentalmente de dos maneras; a saber, como afección sensorial directa, por ejemplo, la irritación de la piel por el aire, o bien indirecta, como la posición de un punto en un manómetro. Por lo tanto, coordinar un sistema de ecuaciones matemáticas con la realidad no significa más que coordinar ese sistema con las afecciones de nuestros sentidos. Pero este hecho, aunque aparentemente simple, encierra una dificultad que otros tipos de coordinación no poseen. Por ejemplo, cuando coordinamos dos conjuntos de puntos mediante una relación uno-a-uno, ambos lados de la coordinación se encuentran perfectamente definidos y determinados, esto es, todo elemento de cada uno de los conjuntos se encuentra, por así decirlo, individualizado, identificado.

En el caso de la cognición de la realidad, las cosas son netamente diferentes, dado que un lado de la coordinación, lo dado en la sensación, es indefinido, no posee determinación alguna. Esto es, la sensación no posee una interpretación de suyo propia, sino que requiere ser coordinada con relaciones conceptuales para que la tenga. Para ponerlo en otros términos, la sensación pura, la mera receptividad fisiológica no constituye percepción alguna, para que ésta sea posible debe llevarse a cabo la coordinación con ciertas relaciones conceptuales. Entonces, el acto de coordinar no es meramente el acto mediante el cual se relacionan dos cosas completamente determinadas, es al mismo tiempo la determinación de uno de los lados de la coordinación por el otro, la definición y constitución de los elementos de la «realidad» por el polo conceptual. La percepción sensorial es algo demasiado complejo, con muchos aspectos diferentes, para ser considerada como *un* elemento de coordinación. Antes bien, en esa sensación deben distinguirse los factores relevantes de los irrelevantes, y esto sólo es posible mediante la coordinación con las ecuaciones matemáticas y con las leyes en ellas expresadas. Es decir, la coordinación efectúa una selección de los elementos relevantes, define, constituye el fenómeno a ser coordinado. Como Reichenbach lo expresa: «La coordinación misma crea una de las secuencias de elementos a ser coordinados» (*ibíd.*: 42), y así, las cosas individuales

y su orden serán definidas por las leyes físicas. Sin embargo, sostiene Reichenbach, esto no significa caer en un solipsismo berkeleyano que afirma que lo único real por sí mismo es el conjunto ordenado, mientras que lo indefinido es algo ficticio, una cosa en sí misma hipostatizada. Antes bien, existe, según Reichenbach, una doble dependencia de lo indefinido respecto de lo definido y viceversa, de lo definido respecto de lo indefinido. Esto último recupera el sentido de que el conocimiento está determinado por la experiencia. Por supuesto, lo que restringe el conocimiento no es una realidad independiente de la mente, con sus objetos y relaciones autodeterminadas (como en Schlick), sino la realidad interna al marco conceptual, el objeto empírico constituido.[13]

Ahora bien, pero ¿cómo restringe al conocimiento la realidad constituida?, o ¿cómo sabemos que hemos llevado a cabo una coordinación correcta? La respuesta es simple: por el hecho de que es consistente, es decir, por el hecho de que el resultado de las observaciones coincide con lo predicho desde la teoría. Por ejemplo, si desde la teoría de Einstein se predice una deflexión de la luz cerca del Sol de 1,7″, pero las observaciones registran una de 10″, surge obviamente una contradicción que se usa para testar la corrección de la teoría. Esto no significa que el valor 10″ responde a un mecanismo de medición directo o que no depende de cadenas de razonamientos vinculados a un *corpus* teorético y a experiencias anteriores, ni que registra los hechos tal cual son y, por ende, tiene un valor epistémico privilegiado. Antes bien, ambos valores se proponen sobre la base de cierta teoría y de resultados experimentales pasados, y lo que importa es que ambos valores no coinciden, lo que provoca la sospecha de que la coordinación es falsa. «Verdad» es para Reichenbach coincidencia entre lo que se predice y lo que se observa, y una teoría es verdadera si conduce continuamente a coordinaciones consistentes, esto es, cuando todas las cadenas de razonamientos conducen al mismo valor numérico para el mismo fenómeno. Y el criterio que asegura la coincidencia continua entre teoría y datos y, por ende, la verdad de una teoría es la percepción sensorial. Ya se advirtió anteriormente que ésta no

13. Aquí puede apreciarse un fuerte símil entre la concepción de Reichenbach, el famoso «realismo empírico» que Kant expone en el cuarto paralogismo, y el tipo de realismo que Putnam ha llamado «realismo interno».

contiene elementos definidos de suyo y que, por lo tanto, no tiene independencia alguna de lo conceptual; sin embargo, es el medio por el cual obtenemos nuestras medidas, testamos nuestras predicciones y alcanzamos unicidad. De esta forma, «La *unicidad* de una coordinación cognitiva significa que una variable de estado es representada por el *mismo valor* que resulta de *diferentes datos empíricos*» (*ibíd.*: 45, el énfasis es de Reichenbach).

Permítaseme ahora señalar algunas diferencias entre el modo en que Reichenbach concibe la cognición como coordinación, y la propia concepción de Schlick.[14]

En la *Teoría general del conocimiento* (1918) Schlick sostiene una concepción de la cognición como coordinación. Pero, a diferencia de Reichenbach, Schlick adopta una visión totalmente formalista de los conceptos científicos, matemáticos y físicos, que quedan definidos a través de sus relaciones con el medio empírico. Los conceptos poseen una mera función designativa, y «designación» no es «constitución» sino que presupone, como Schlick deja en claro, una realidad ya formada. En la sección 39 de esta obra, titulada «¿Hay formas puras del pensamiento?», y donde arremete contra toda forma de idealismo trascendental, dice Schlick: «Los juicios son correlacionados con las relaciones que existen fuera de esta correlación» (Schlick 1918/1974: 360). «Designación» no significa más que la coordinación de un signo a un objeto de esta realidad, que ya existe, completamente formada e individualizada. De acuerdo con esto, se dice que un juicio es verdadero si sus signos designan unívocamente objetos que pertenecen a la realidad bajo consideración; por lo tanto, el criterio de univocidad no determina una única designación. Esto puede ser hecho a través de la adopción de principios metodológicos que ocupan la posición de convenciones. Quizás podría decirse que la explicación de Schlick del conocimiento como coordinación supone la adopción de un realismo científico que habla del conocimiento de «cosas en sí mismas». No hay ni intuición pura ni formas puras del pensamiento. El rechazo de la escuela de Marburgo de la idea de que en la intuición hay un contenido independiente

14. Por razones de brevedad sólo haré aquí una breve mención de las principales diferencias entre el punto de vista de Schlick y el de Reichenbach. Para una elucidación más cuidadosa de este episodio de la historia de la epistemología del siglo XX, remito a mi «Cognición como coordinación...» (2004*a*).

de lo conceptual, y su subsiguiente investigación acerca de las formas de lo real en general, confunde, según Schlick, «el envoltorio conceptual con la realidad misma» (*ibíd.*: 363).

En opinión de Schlick, la explicación designativa del conocimiento excluye toda concepción kantiana o neokantiana.[15]

Como también hemos visto, de acuerdo con Reichenbach, la doctrina de las definiciones implícitas expresan lo suficientemente bien el carácter de los conceptos de las matemáticas puras. Pero en la física, debe ser mostrado cómo los conceptos, aunque definidos formalmente a través de las ecuaciones fundamentales de una teoría, se aplican a la «realidad». Porque a diferencia de las matemáticas, donde la relación de verdad es inmanente a un sistema de axiomas, en la física se requiere que el sistema de ecuaciones tenga validez para la realidad. Aquí es donde entra la importante noción de «principios constitutivos» o «axiomas constitutivos». Reichenbach supone una concepción axiomática de la física, en la cual las leyes o ecuaciones son postuladas como «axiomas de conexión». Pero los conceptos que ocurren dentro de los axiomas no se consideran *físicamente* definidos hasta que pueda mostrarse cómo pueden ser coordinados unívocamente con la «realidad». Éste es el propósito de los «principios constitutivos», porque es a través de ellos que se define la coordinación de los conceptos con la realidad. Esto principios son imprescindibles para la constitución lógica del objeto de conocimiento físico. Volveré en un momento a la caracterización de dichos principios. Así, a diferencia de Schlick, el sistema de conceptos matemáticos definidos implícitamente que constituyen las ecuaciones fundamentales de la física no «designan», sino que requieren un tercer término mediador mediante el cual la coordinación con lo perceptivamente real es definida y, de este modo, lo real sea unívocamente determinado. Cada teoría física funda-

15. Por ello, desde mi punto de vista, resulta extraño, o al menos confuso, que dos años más tarde, y a propósito de la publicación del libro de Reichenbach que estamos comentando, Schlick dijera en una carta de 26 de noviembre a este último que: «Para mí la presuposición de principios constitutivos de objetos es tan evidente que no la he apuntado con suficiente énfasis en la *Teoría general...*» (citado en Howard 1994:61). Ésta es la razón por la que discrepo fundamentalmente de la insistencia de M. Friedman por incluir a Schlick dentro de las concepciones que defendieron alguna versión de lo *a priori*. Para esa interpretación, véase su «Geometry, Convention and The Relativized *A Priori*: Reichenbach, Schlick and Carnap» en *Reconsidering Logical Positivism* (1999), y más recientemente en «Coordination, Constitution and Convention...» (2007).

mental presupone un sistema de tales principios que posibilitan la conexión con la experiencia. Esos principios son, por lo tanto, *a priori* y tienen un origen puramente conceptual, no intuitivo. Pero como veremos, son falibles, no poseen ninguna de las características que definen a un conocimiento como autoevidente.

El sentido de lo «a priori» según Reichenbach

En opinión de Reichenbach, el concepto de *a priori* en Kant tiene dos diferentes significados: «Primero significa "necesariamente verdadero" o "verdad para todo tiempo", y en segundo lugar, "constitutivo del concepto del objeto"» (*ibíd.*: 48). El primero de los sentidos no requiere mayor elucidación, es ampliamente conocido que Kant no dudaba de que nuestro aparato cognitivo poseía ciertas estructuras invariantes y universales, válidas para todo lugar y tiempo. El segundo de los sentidos sí requiere cierta clarificación. Permítaseme citar *in extenso* el modo en que Reichenbach entiende este significado de lo *a priori*:

> De acuerdo con Kant, el objeto de conocimiento, el fenómeno, no es inmediatamente dado. Las percepciones no dan el objeto, sólo el material del cual es construido. Tales construcciones son obtenidas mediante un acto de juicio. El juicio es la síntesis que construye el objeto desde la variedad de las percepciones. Para este propósito ordena las percepciones según cierto esquema, de allí resultará un objeto o cierta clase de relación. La intuición es la forma en la cual las percepciones presentan el material desarrollando así otra síntesis. Pero el esquema conceptual, la categoría, crea el objeto; el objeto de la ciencia no es una «cosa en sí misma» sino una estructura referencial basada en intuiciones y constituida por categorías [*ibíd.*: 49].

Un punto de importancia que no debe ser pasado por alto en el modo en que Reichenbach entiende a Kant es el que tiene que ver con la manera de concebir la distinción kantiana entre sensibilidad y entendimiento. De acuerdo con Kant (parte 2 de la «Doctrina trascendental de los elementos»), «Nuestro conocimiento surge básicamente de dos fuentes del psiquismo: la primera es la facultad de recibir representaciones (receptividad de las impresiones); la segunda es la facultad de conocer un objeto a través

de tales representaciones (espontaneidad de los conceptos)» (A50-B74). La distinción radica en el contraste entre una facultad de receptividad pasiva y una de espontaneidad activa, y aunque Kant afirme en la «Introducción» que ambos troncos del conocimiento «proceden acaso de una raíz común, pero desconocida para nosotros...» (A15-B29), sus observaciones en la Anfibología de los conceptos de reflexión y su guerra a dos frentes, con Leibniz y Locke, el primero por haber intelectualizado lo sensible y el segundo por haber hecho de todo el material del entendimiento algo sensible, parecen hacer énfasis en la independencia de las facultades. No obstante, la mayoría de los comentadores de la obra de Kant han insistido en que ésta es una distinción planteada únicamente por mor del análisis, y que constituye una reificación innecesaria ver a las facultades como separadas *per se*. Reichenbach parece asumir, tanto en sus comentarios sobre la filosofía kantiana como en su propia versión de la misma a través de la idea de coordinación, esta distinción tajantemente, comprometiéndose con la idea de que en la sensibilidad hay una receptividad totalmente pasiva que suministra el material a ser posteriormente conceptualizado.[16] Como vimos antes, Cassirer rechaza de plano la versión de la independencia de las facultades, enfatizando, al igual que ya lo había hecho Cohen, que las formas de la sensibilidad no son pasivas sino logros activos del sujeto cognoscente que están en la misma posición que las estructuras discursivas del entendimiento. Cassirer le hizo saber a Reichenbach de esta diferencia esencial entre sus concepciones cuando, a finales de junio de 1920, Reichenbach le enviara un manuscrito del libro que estamos examinando. El punto es de importancia dado que conlleva una diferencia entre ambos filósofos en su forma de concebir lo *a priori*. Volveré a esta diferencia al final del capítulo.

De acuerdo con Reichenbach, su propio modo de entender la cognición, el que expusimos en la sección anterior, se aviene perfectamente con esta interpretación de la teoría del conocimiento de Kant. En efecto, anteriormente señalábamos, siguiendo a

16. Algunos filósofos contemporáneos, claramente J. McDowell, han hecho repetido énfasis en que entender a Kant de esta manera entraña alguna versión del Mito de lo Dado. No deseo detenerme en este punto aquí, pero sí diría que la negación de Reichenbach de que en la sensibilidad haya algo individualizado independientemente de lo conceptual, aleja tal sospecha.

Reichenbach, que la sensación misma no define los elementos que la constituyen, ni siquiera posee criterios de realidad de dichos objetos. La realidad de los mismos queda definida mediante la coordinación de las percepciones con ciertos conceptos matemáticos. Esta coordinación, no obstante, es llevada a cabo por ciertos principios que determinan cómo los conceptos coordinados se combinan en estructuras y procesos.[17] Reichenbach llama a tales principios «principios coordinativos».

Ya habíamos notado que las coordinaciones pueden ser establecidas, o bien entre dos conjuntos de cosas cuya totalidad de elementos están definidos, o bien entre dos conjuntos de los cuales uno se encuentra completamente indeterminado. Éste es el caso de la cognición del mundo físico. A los principios coordinativos que se encargan de llevar a cabo este tipo de coordinaciones Reichenbach los llama también «principios de orden». Así se llaman debido a que definen los elementos individuales de la realidad y en este sentido constituyen el objeto real. Reichenbach incluye entre tales principios de orden: el principio de probabilidad, el principio de genidentidad, y el de tiempo y espacio. El primero define cuándo una clase de valores medidos ha de ser vista como perteneciendo a las mismas constantes. Su rasgo característico como «principio constitutivo» radica en que sirve directamente como la definición de algo real, define la constante física. El principio de genidentidad indica cómo los conceptos físicos han de ser conectados en secuencias, de modo de definir a la cosa como idéntica consigo misma a través del tiempo. Cuando hablamos de la ruta de un electrón, por ejemplo, pensamos a esa entidad como permaneciendo idéntica consigo misma en todo punto de esa ruta, aplicando constitutivamente el principio de genidentidad. Respecto a los principios de espacio y tiempo, ellos indican, por ejemplo, que son necesarios cuatro números para definir un punto simple real.

Ahora bien, estos «principios de orden» o «axiomas de coordinación» deben distinguirse de esos principios generales de la física llamados comúnmente «leyes empíricas». Estos últimos constituyen la sistematización de las leyes individuales de la física e

17. Es claro que Reichenbach rechaza la intuición pura kantiana como facultad mediadora entre el entendimiento y la sensibilidad, por lo que sus principios de coordinación serán diferentes, aunque su papel epistemológico es esencialmente el mismo.

incluyen ecuaciones matemáticas particulares, esto es, indican la relación particular que se sostiene entre determinadas variables físicas. Por ello Reichenbach los llama «axiomas de conexión». La diferencia esencial entre estas generalizaciones empíricas expresadas en ecuaciones matemáticas y los principios coordinativos radica en que estos últimos no se ocupan de una relación particular sino que contienen reglas generales de acuerdo con las cuales esa relación tiene lugar. Por ejemplo, en las ecuaciones de la gravitación de Einstein, los principios que regulan las conexiones que allí se realizan son los principios de la aritmética y son, por lo tanto, principios de coordinación de la física. Esto es, proporcionan la regla mediante la cual es posible relacionar dos cosas. Es importante resaltar que, según Reichenbach, aunque la coordinación cognitiva es algo en cierta medida empírico, esto es, tiene consecuencias en la experiencia, depende de la aplicación de un principio coordinativo que de manera alguna es meramente empírico. Es decir, las conexiones meramente empíricas que llevamos a cabo en la cognición tienen un substrato intelectual, esto es, están reguladas por principios intelectuales irreducibles a la conexión misma. Pero lamentablemente, Reichenbach no dice nada más acerca de esto que: «Esta conexión entre la categoría conceptual y la experiencia de la coordinación es un residuo último, no analizable» (Reichenbach 1920/1965: 55).

Ahora bien, de acuerdo con Reichenbach, íntimamente conectado con lo anterior se encuentra el otro sentido de lo *a priori* presente en la idea original kantiana; a saber, la universalidad y necesidad. La justificación kantiana para esta afirmación es conocida: la Razón humana (*Vernunft*), la esencia del entendimiento y la intuición, tiene una cierta estructura. Esta estructura prescribe las leyes generales de acuerdo con las cuales el material perceptivo es ordenado de modo que de allí resulte cierto conocimiento. Dado que la inteligibilidad de la naturaleza depende de estos principios de orden, sería absurdo concebir la posibilidad de que la naturaleza se convirtiera en contraejemplo para tales principios. Reichenbach cree que para Kant era irrelevante pensar la posibilidad de que los principios constitutivos cambien; sin embargo, al conceder que pudieran existir otros seres que usan principios constitutivos diferentes (a pesar de que sólo pensó en esta posibilidad refiriéndose a seres con un tipo de intuición diferente, no categorías), dejó abierta la posibilidad de

que existieran formas biológicas transitorias entre esos seres y nosotros, y que un desarrollo biológico de nuestra razón hacia seres racionales diferentes está teniendo lugar. Así, en opinión de Reichenbach, si bien Kant nunca habló de tal posibilidad, «ésta no contradiría su teoría» (*ibíd.*: 56).

Ahora bien, como ya ha sido adelantado, de acuerdo con Reichenbach, el anterior sentido de lo *a priori* presente en la concepción kantiana original ha de ser revisado a la luz de los resultados obtenidos por la teoría de la relatividad. La teoría contradice de dos formas la presuposición implícita de Kant de que hay un único sistema consistente de principios de coordinación. Primero, la teoría de la relatividad demuestra que existe un sistema inconsistente de tales principios, esto es, que hay un sistema que no produce una coordinación unívoca de conceptos con la realidad. En segundo lugar, también demuestra la existencia de descripciones equivalentes, cada una de las cuales es una coordinación unívoca de conceptos con la realidad. Cada una de estas demostraciones conduce a una modificación necesaria de la doctrina kantiana de lo *a priori*: eliminación del significado de lo *a priori* como «válido para todo tiempo», mientras se retiene el segundo sentido, «constitutivo del objeto».

Es de particular interés para nuestros fines que Reichenbach proponga dos «métodos» distintos sugeridos por la teoría de la relatividad, para mostrar cómo las modificaciones requeridas pueden ser llevadas a cabo permaneciendo dentro del marco de los principios constitutivos *a priori*. Los dos métodos, el de la «aproximación sucesiva» y el del «análisis lógico», se articulan para ilustrar cómo puede ser encontrado un sistema simple de principios coordinativos que define la coordinación unívoca de los conceptos con la realidad perceptiva, y así constituye el objeto del conocimiento físico. Tal sistema es susceptible de ser descubierto inductivamente, no derivado de la naturaleza de la razón. Es, por lo tanto, falible, no absoluto. Pero es *a priori* en la medida en que constituye el objeto de conocimiento. Veamos en qué consisten ambos métodos.

Según Reichenbach, los resultados obtenidos por la teoría de la relatividad, especial y general, nos han enfrentado con el hecho incontrovertible de que hay sistemas de coordinación unívocos que contradicen los principios constitutivos kantianos, considerados como autoevidentes. Asimismo, la propia teoría de la

relatividad nos ha suministrado un método no sólo para refutar viejos principios constitutivos, sino para justificar unos nuevos. Éste es el método de las «aproximaciones sucesivas». De acuerdo con Reichenbach, la incompatibilidad de los principios constitutivos kantianos con la experiencia, mostrada por la teoría de la relatividad, significa la incompatibilidad entre esos principios y el procedimiento de «inducción normal». Por ejemplo, si el tiempo absoluto es retenido, es necesario abandonar los procedimientos normales de extrapolación de los datos empíricos. Si uno decide retener la inducción normal, entonces lo que debe ser abandonado es el tiempo absoluto. El principio de «inducción normal» es para Reichenbach un principio constitutivo, e indica que entre todas las interpolaciones y extrapolaciones de la experiencia, deben elegirse las más probables. El método de las aproximaciones sucesivas no es más que una aplicación a los principios constitutivos del principio de inducción normal.

El principio de inducción normal goza de cierto privilegio entre los demás principios constitutivos, dado que en cierta forma es el que regula la aplicación de esos otros principios. Esto es, posibilita que se lleven a cabo coordinaciones unívocas con la experiencia, ya que la univocidad de una coordinación cognitiva se define por el hecho de que diferentes medidas empíricas representan el mismo valor de una variable de estado físico. Es claro que esta idea de «inducción normal» no coincide con la idea kantiana de lo que sería una «inducción normal». Para Kant, una «inducción normal» sería aquella que sigue las directrices dictadas por los principios constitutivos, siguiéndose de esto que ningún resultado empírico puede refutar dichos principios. Según Kant, es lógicamente inconsistente realizar interpretaciones inductivas de los datos empíricos que contradigan los principios coordinativos. Asimismo, es lógicamente admisible excluir de antemano aquella interpretación inductiva de los datos empíricos que contradiga ciertos principios coordinativos.

Reichenbach se propone mostrar que ambas presuposiciones son falsas y que, por lo tanto, es posible pensar que los principios constitutivos cambian como resultado de la interacción con la experiencia. Con relación a la primera, afirma Reichenbach que es un procedimiento usual de la ciencia formular una teoría por medio de la cual los datos empíricos son interpretados, para luego corroborar la unicidad. Si no se obtiene unicidad, esto es,

si los resultados de las mediciones no coinciden con los predichos por la teoría, la teoría es abandonada. Lo mismo ocurre con los principios coordinativos, no importa que ellos mismos se encuentren presupuestos en las experiencias usadas para las inferencias inductivas. No es inconsistente afirmar una contradicción entre el sistema de coordinación y la experiencia. La teoría de la relatividad muestra, por ejemplo, que las siguientes presuposiciones son inconsistentes:

A. La validez (global) de la geometría euclidiana en coordenadas naturales.

B. La igualdad de masa gravitacional e inercial.

C. La validez de las leyes de la relatividad especial en pequeños dominios donde los efectos gravitacionales son insignificantes.

De estas tres, A puede ser reconocida como un principio constitutivo. Dado que la teoría de la relatividad ve a B y C como inductivamente justificadas, extrae la conclusión ~ A.

En cuanto a la segunda de las presuposiciones kantianas, permítaseme considerar el propio ejemplo de Reichenbach. Imagínese que se han llevado a cabo un conjunto de medidas concernientes a la ley de Boyle y que se han obtenido un número de datos para el producto y el volumen. Esos valores han de ser interpretados en una forma tal que no contradigan una fórmula ficticia $pV = constante$, y al mismo tiempo no violen las leyes físicas usadas para el establecimiento de los datos, tales como las relaciones entre la presión y la altura de la columna de mercurio. Esta interpretación de los valores es posible dado que ellos no son exactamente iguales debido a errores observacionales, y dado que siempre representan sólo una selección desde valores infinitamente posibles. Entonces, «El procedimiento normal es tal que los valores numéricos son interpretados como los valores de una constante que muestra pequeñas variaciones debido a errores de medida si sus desviaciones son pequeñas, y que para los valores intermedios no medidos y aun para una parte más allá de los fines de la secuencia medida, se asume el mismo valor de la constante» (*ibíd.*: 66). Esto constituye una inducción normal. Pero si la fórmula $pV = constante$ es dogmáticamente retenida y cualquier inducción contradictoria es excluida, los valores métricos serán interpretados diferentemente. Podría decir-

se, por ejemplo, que ciertas alteraciones en los aparatos han influido sobre los valores medidos; mediante la omisión de los valores más contradictorios, se interpola y extrapola de una forma tal que con creciente volumen resulta una curva descendente. Sin embargo, asirse dogmáticamente a la fórmula no conduce a una coordinación única, pues para que esto sea posible es necesario hacer una hipótesis concerniente a la dispersión de los valores numéricos, dado que siempre ocurren errores de medida. En cualquier caso, en todo lugar donde se asume una coordinación unívoca parece que el principio de inducción normal debe ser retenido.

Lo que el ejemplo parece mostrar es que siempre que hablamos de coordinación unívoca requerimos más el principio de inducción normal que la retención dogmática de ciertas leyes, posibilitando que haya una interpretación inductiva de los datos empíricos que contradiga en alguna medida a dichas leyes. Podría decirse que las leyes regulan pero no determinan la interpretación inductiva de los datos, teniendo mayor incidencia en esta interpretación el procedimiento de inducción normal.

La situación no es muy distinta tratándose de principios coordinativos. Si la interpretación inductiva de los datos empíricos contradice un principio coordinativo, la inducción normal no debe ser abandonada. Si ésta se abandona se corre el riesgo de perder la unicidad y frente a esto siempre es preferible abandonar los principios coordinativos.

Ahora bien, ya sabemos que los principios constitutivos son susceptibles de ser abandonados como resultado de su contradicción con la experiencia, pero ¿cómo obtenemos un nuevo sistema? Quizás podría pensarse, como fue moneda común en la filosofía de la ciencia postkuhniana, que cuando cambia un sistema de principios constitutivos cambian radicalmente todas las leyes empíricas y no empíricas, así como los procedimientos experimentales y las reglas que los rigen. Por ejemplo, si se asume tentativamente que el espacio es de cuatro dimensiones, para testear esta asunción deben abandonarse todos los métodos de medida usados hasta ahora y sustituirlos por unos compatibles con la dimensionalidad cuádruple. Más aún, todas las leyes concernientes a la conducta de los materiales usados en los instrumentos de medida, a la velocidad de la luz, etc., habrían de ser abandonados. Pero, según Reichenbach, este procedimiento se-

ría técnicamente imposible, «No podemos comenzar la física desde cero» (*ibíd.*: 68).

Por lo tanto debemos buscar un método de generación de teorías que no suponga comenzar la física desde cero. Éste es el método de las aproximaciones sucesivas.

Con su uso, es «lógicamente admisible y técnicamente posible descubrir inductivamente nuevos principios coordinativos que representen una aproximación sucesiva de los principios usados hasta ahora» (*ibíd.*: 69). Es decir, los viejos principios constitutivos pueden ser vistos como una aproximación a los nuevos para ciertos casos simples. Como principio de correspondencia, el método de las aproximaciones sucesivas tiene la posición de una máxima inductiva que guía la dirección de la disconfirmación hacia un principio coordinativo simple que, en ciertos casos y dentro de los límites de las incertezas inductivas en las medidas y la observación, puede ser visto como representando el caso límite de un principio nuevo y más general. Que este proceso no es simplemente un accidente de la historia de la física se muestra en el siguiente metateorema metodológico establecido por Reichenbach: «Para todos los principios de coordinación imaginables es válido el siguiente enunciado: para todo principio, no importa cómo pueda ser formulado, puede ser indicado uno más general que contiene al primero como caso especial» (*ibíd.*: 81). El ingrediente esencial en la refutación de Reichenbach del sentido dogmático de lo *a priori* es, por lo tanto, una máxima que gobierna el cambio científico, el cual toma la forma de generalizaciones monotónicas sucesivas de principios constitutivos.

Con relación al método del «análisis lógico», podemos decir que tiene como objetivo «detectar» en las ciencias positivas, las cuales se hallan en continuo contacto con la experiencia, los cambios en sus principios constitutivos. Aquí se renuncia claramente al método kantiano de la búsqueda de tales principios en las capacidades potenciales de la razón, suplantándolo por el procedimiento de búsqueda y descubrimiento de los principios actualmente empleados en el conocimiento. Al abandonar el método kantiano, se abandona conjuntamente la esperanza de encontrar un único y eternamente válido sistema de principios constitutivos, esto es, se abandona el sentido dogmático de lo *a priori*. Esto no significa que abandonemos la idea de que la experiencia contiene elementos racionales. Los principios coordina-

tivos representan los componentes racionales de la ciencia empírica en un estadio dado. Lo único que se niega es que esta componente racional sea independiente de la experiencia, esto es, que no sea susceptible de revisión. El método del análisis lógico revela qué forma han adoptado los componentes racionales en cada estadio de la investigación científica. Esto conlleva un cambio en la concepción de la racionalidad misma. La razón no es un sistema de departamentos dispuestos de antemano en los cuales va depositando el científico más contenido cada vez. El sistema de departamentos en sí está sometido al cambio histórico y se ve transformado constantemente de manera que se ajuste de un modo progresivo a los hallazgos de la experiencia. Para ponerlo en palabras de Reichenbach: «La contribución de la razón no se expresa en el hecho de que el sistema de coordinación contiene elementos incambiables, sino en el hecho de que en dicho sistema ocurren elementos arbitrarios» (*ibíd.*: 89).

A priori formal constitutivo, absoluto y relativo

Hemos visto que Cassirer generalizó algunas de las ideas que tanto Helmholtz como Poincaré habían articulado específicamente respecto al concepto de espacio y la geometría. Esta generalización consistió en reconocer que en la lógica de los conceptos relacionales se manifestaba una función constitutiva que era propia no sólo de los conceptos de las matemáticas, sino también de los de la ciencia empírica. Esa función, que Cassirer ve como una relación generadora de series, es abstracta y opera en la constitución de todo concepto. No obstante, existen, desde su punto de vista, algunos conceptos, que llamamos propiamente *a priori*, que encontramos en todo sistema conceptual, y que poseen un cierto contenido que es compatible con diversas especificaciones. Esos conceptos, que llama «los invariantes lógicos de la experiencia», son el concepto de espacio, de tiempo, de causalidad, presentes en todo marco físico, pero resueltos en cada uno de ellos de maneras específicas. Así, Cassirer combina una perspectiva kantiana más ortodoxa, al mantener la idea de ciertos conceptos permanentes a través del desarrollo del conocimiento, con una concepción más relativizada del componente *a priori* que tiene que ver con las especificaciones que se le da a aquellos conceptos más generales desde cada teoría especial.

Reichenbach, por su parte, siendo también receptivo no sólo a los cambios revolucionarios ocurridos en las ciencias formales y empíricas, sino también a parte del trabajo en fundamentación de la geometría, principalmente a la idea de Hilbert de las definiciones implícitas, entendió que toda teoría física posee un componente *a priori* formulado matemáticamente que es constitutivo del objeto de experiencia y que condiciona la experiencia perceptiva de aquellos que lo aplican. Dado que, como acabo de decir, ese componente *a priori* posee un grado de abstracción equivalente al de las matemáticas, para que en efecto constituya el ámbito de lo real, ha de ser coordinado mediante ciertos principios con el dominio de lo sensible. Asimismo, en su caso, esos conceptos *a priori* se resuelven en cada periodo de maneras diferentes, constituyendo un componente relativizado y dinámico. No obstante, en función de que Reichenbach no cree que la ciencia pueda ser construida totalmente desde cero en diferentes momentos de la historia, los cambios en los marcos conceptuales aparecen regulados por el método de las aproximaciones sucesivas, esto es, regulados por un principio que conmina a aceptar como marco conceptual sucesivo a uno que incluya, al menos como un caso límite, al marco anterior.

Como dije al iniciar este capítulo, desde mi punto de vista, la concreción de la idea de un elemento *a priori* formal y constitutivo en el conocimiento se da en la filosofía de Carnap, especialmente en su filosofía temprana. Aún más específicamente, este ideal se cumple con total cabalidad en su primera gran obra, *La construcción lógica del mundo,* de 1928. Hacia ella estará dirigido mi interés. No obstante, Carnap va preparando el camino hacia esa idea en su producción anterior y esta misma puede ser vista como reflejando parcialmente los desarrollos que hemos visto en otros autores. Su filosofía será el objeto de mi consideración en el siguiente capítulo.

Capítulo 5

LA CONCRECIÓN DE LO *A PRIORI* FORMAL CONSTITUTIVO EN LA FILOSOFÍA TEMPRANA DE RUDOLF CARNAP

La idea de lo *a priori* que hemos perseguido en este trabajo, la cual se gesta en el trabajo de Helmholtz y Poincaré sobre el papel de lo matemático en cuanto principio de orden aplicado a lo dado en la experiencia, y que encuentra su expresión más clara en la obra de Cassirer y Reichenbach, quienes de manera distinta enfatizan esa imbricación de lo lógico-matemático en lo empírico, confluye en el pensamiento de Rudolf Carnap. Asimismo, con relación al modo en que lo *a priori* fue concebido; a saber, como absoluto o relativo, los diferentes estadios del pensamiento de Carnap exhiben alternadamente dichos sentidos.

En su disertación doctoral sobre el espacio, Carnap adopta una concepción del espacio formal basada en un principio de ordenación serial, que invita a pensar que ha asumido plenamente el desafío de Cassirer acerca de la aplicación inmediata de lo lógico-matemático a la experiencia. Sin embargo, su apelación al espacio intuitivo, mediante el cual se dota de un contenido auténticamente espacial a la estructura puramente lógica del espacio formal, echa por tierra dicha lectura. No obstante, en el trabajo inmediatamente posterior a su disertación doctoral, «Sobre la tarea de la física» (1923), Carnap abandona abiertamente la idea de intuición, abrazando una concepción de la cognición afín a la que por esos años estaban articulando Schlick y Reichenbach y que colocaba a la noción de «coordinación» en el lugar que la intuición, como rol mediador en la aplicación de lo conceptual a la experiencia, había dejado vacío. Finalmente, en *La construcción lógica del mundo* (1928), cuyo propósito es exhibir en un sistema el modo mediante el cual se constituyen todos

los conceptos (u objetos) que pertenecen a eso que llamamos «mundo», Carnap comienza con las experiencias consideradas como unidades indivisibles a las que somete a un principio de determinación formal que llama «cuasianálisis», en orden a construir todos los objetos que pertenecen a ese dominio y todos los otros objetos que pertenecen a nuestro sistema del mundo. De este modo, la caracterización de los objetos del nivel más básico de la experiencia se lleva a cabo a través del mismo tipo de *definiciones puramente estructurales* que caracterizan a los niveles más altos de objetos del sistema, mostrando de esta forma cómo la matemática abstracta puede aplicarse a la experiencia concreta. En este estadio del pensamiento de Carnap, el problema de coordinar las estructuras conceptuales con la experiencia en general es resuelto incluyendo lo que ahora llamaríamos un término primitivo no-lógico en la base del sistema constitucional (la relación de semejanza parcial mediante la cual opera el cuasianálisis). Así, en la filosofía de Carnap lo *formal* toma el papel de lo *trascendental,* no en el sentido de las formas subjetivas universales y necesarias pertenecientes al sujeto trascendental, sino en su papel de convenciones con valor constitutivo.

En lo que sigue expondré este desarrollo en la filosofía de Carnap.

El espacio: *a priori* constitutivo y absoluto

La disertación doctoral de Carnap sobre la naturaleza del espacio, presentada en el departamento de filosofía de la Universidad de Jena en 1922, tiene como uno de sus principales fines coadyuvar a resolver las confusiones generadas por la discusión entre filósofos, matemáticos y físicos sobre «la fuente cognitiva, la naturaleza del objeto, y el dominio de validez de la teoría del espacio» (Carnap 1922: 1).[1]

En opinión de Carnap, la confusión y los malentendidos que reinan en el seno de la discusión sobre la naturaleza del espacio provienen del hecho simple y llano de que los participantes en la

1. R. Carnap, «Der Raum. Ein Beitrag zur Wissenschaftlehre», *Kantstudien Ergänzungshefte*, 56, aquí se citará por la trad. inglesa inédita realizada por Michael Friedman y Peter Heath.

disputa están refiriéndose a diferentes tipos de espacio. En orden a clarificar la situación, piensa Carnap, debemos comenzar por distinguir cuidadosamente esos diferentes sentidos de «espacio», para luego resolver el problema de sus interrelaciones.

Carnap distingue tres tipos de espacio: espacio formal, espacio intuitivo y espacio físico. A su vez, estos diferentes tipos de espacio se corresponden con el objeto de estudio de matemáticos, filósofos y físicos, respectivamente.

Carnap reconoce desde el comienzo el esfuerzo de los matemáticos por darle a la geometría un estatus puramente deductivo, esto es, sostener la verdad y evidencia de sus teoremas sobre la base de una relación lógica estricta con los axiomas no apoyada en la intuición.[2] Según cómo se dio el desarrollo de la geometría, el antiguo método de proporcionar definiciones explícitas de los términos primitivos que forman parte de un sistema geométrico fue suplantado por una concepción de la definición que hace énfasis especial en las «relaciones» que esos términos tienen con otros.[3] Según esta manera de ver las cosas, a lo que debemos atender en esa relación no es a los términos que la componen, sino a la relación misma, que es en última instancia la que provee de significado a los posibles términos que caen bajo ella. Esta pura estructura relacional es lo que permanece a través de los cambios en las interpretaciones intuitivas de sus términos y, por lo tanto, la geometría, como aquella teoría que se erige sobre la base de estas estructuras relacionales, puede ser llamada con propiedad una

---

2. El asunto de si la geometría, en su desarrollo a través del siglo XIX y comienzos del XX, buscó y logró liberarse de la intuición es un asunto controversial. No obstante, ésa fue la lectura que la mayoría de los filósofos de comienzos del siglo XX hicieron de esos desarrollos. Concretamente, Carnap se está refiriendo a Hilbert, cuya famosa axiomatización de la geometría euclidiana se pensaba que constituía el último paso en esa liberación del recurso a la intuición. Recientes investigaciones, no obstante, han mostrado que Hilbert no sólo no rechazaba la intuición, sino que la requería como parte fundamental de su teoría sobre la construcción de un sistema geométrico. Véase Majer 1995 y 2002.

3. Como se dijo en la sección correspondiente, los *Elementos de geometría* de Euclides se inician con una serie de definiciones (23, para ser exactos), donde se define los objetos primitivos que aparecerán en su sistema. Por ejemplo, la definición 1 dice: «Un punto es lo que no tiene partes» (Euclides 2000: 7). Esto es lo que se llama una definición explícita de un objeto, en este caso de un objeto geométrico. La tradición en geometría y entre los filósofos se mantuvo fiel a esta manera de definir los objetos geométricos hasta que a finales del XIX y comienzos del XX Poincaré y Hilbert la cambiaran radicalmente. Propusieron que los axiomas son los que definen, mediante el recurso a relaciones con otros términos, los primitivos geométricos. A esta nueva manera de concebir las definiciones se le llamó «definiciones implícitas».

«teoría pura de relaciones» o «teoría de orden», dado que es una ciencia de elementos y relaciones indeterminadas. Los elementos y las relaciones definidos por los axiomas son de tan amplia generalidad que no están restringidos a los tipos de cosas que tradicionalmente entendemos por objetos geométricos, esto es, puntos, líneas y planos. Los axiomas de la geometría tal como Hilbert los expone pueden ser satisfechos por órdenes de objetos completamente diferentes, por ejemplo, colores, sonidos, etc. Lo que aún nos conduce a llamar a esta estructura «espacio formal» es, según Carnap, el hecho de que ésta exhibe el diseño formal de la estructura espacial y, lo que es más importante, «puede, de nuevo, ser transformada en tal insertando formas espaciales en los términos relacionales indeterminados» (*ibíd.*: 3).

Según Carnap, el espacio formal no sólo puede ser construido mediante el método axiomático de definiciones implícitas demostrado por Hilbert, sino también sobre la base de la lógica formal, esto es, la teoría de clases y relaciones. En efecto, tomando como base el concepto de serie y sometiéndolo a la teoría de clases, construimos primero la clase de las series ordenadas y luego la de las series continuas como un caso especial. Dentro de esta última llegamos al caso más general del espacio formal de varias dimensiones, desde el cual por ulteriores especificaciones llegamos al espacio proyectivo y a los diferentes espacios métricos.

Veamos el procedimiento. Carnap comienza por definir los conceptos lógicos fundamentales mediante los cuales se construirá el espacio formal. Lo primero que define son las nociones de concepto y relación. El esquema básico desde el cual define ambas nociones es la idea concebida por Frege de *expresión insaturada*. Un concepto es aquello que designa un juicio cuando en él se sustituye una constante por una variable. Por ejemplo, del enunciado completo «2 + 3 = 5» formamos el enunciado incompleto «2 + ( ) = 5», el cual designa el concepto «aquello que sumado a 2 da como resultado 5». De manera similar, una relación es aquello designado por una expresión incompleta pero de n lugares. Por ejemplo, del enunciado «Odiseo es padre de Telémaco» formamos la expresión insaturada: «(x) es padre de (y)», lo que designa la relación «padre de». Algunas propiedades de las relaciones son: *simetría*, si es idéntica a su conversa (por ejemplo, la misma edad); *no-simetría*, si no vale la conversa (por ejemplo, mayor que); *uno-a-uno,* si a cada miembro del dominio le corresponde un único elemento de la ima-

gen; *reflexividad*, si dentro de su dominio se cumple siempre la identidad (por ejemplo, la misma edad); y *transitividad*, si vale también para el término próximo posterior (por ejemplo, el antepasado). De acuerdo con Carnap, si entre los objetos que pertenecen a un concepto y los que pertenecen a otro se sostiene una relación uno-a-uno, se dice que ambos conceptos tienen el mismo «poder», esto es, son equivalentes. La relación de equivalencia es la base de la construcción de la teoría de clases, así como de la teoría de conjuntos y de la teoría de números.

Ahora bien, una relación no se reduce para Carnap a un simple establecer una especie de coordinación entre objetos, es fundamentalmente un principio de orden que al aplicarse a un dominio de objetos produce una *serie*, y por tanto la llama una «relación formadora de series».[4] Por ejemplo, la relación asimétrica y transitiva «mayor que» sostenida de los estudiantes de una clase no es más que un principio mediante el cual se conforma una serie ordenada en los individuos que constituyen el dominio en cuestión. Al igual que en la concepción de Cassirer, cada miembro de la relación quedará definido por el lugar que ocupa dentro de esta serie ordenada. Asimismo, de acuerdo con Carnap, si se consideran dos series; a saber, una definida por el concepto «mayor que» cuyo dominio son los mismos estudiantes de antes, y otra definida por «a la derecha de» cuyo dominio son las perchas del salón de clase ocupado por dichos estudiantes, y la relación de coordinación «la percha x pertenece al estudiante y», entonces se dice que las series son «similares» si para cualesquiera dos estudiantes es siempre el caso que la percha del estudiante mayor se encuentra a la derecha. Esto es, dos series son similares si cualesquiera dos objetos en la primera serie que cumplen con el principio serial de la misma son coordinados con cualesquiera otros dos de la segunda serie que a su vez cumplen con el principio serial de la segunda. Carnap llama «número de orden» a la semejanza entre dos conceptos seriales, esto es, entre dos relaciones formadoras de series, y sobre esta base se construye la teoría de los tipos de orden como la segunda parte principal de la teoría de conjuntos. Los tres tipos de orden más importantes son aquellos cuyos representantes formales son: la

4. Adviértase el símil con Cassirer, quien llama a su propia función conceptual una «relación generadora de series».

serie de los números naturales, la de los números racionales y la de los números reales. Esto es, todas aquellas relaciones formadoras de series que son similares en ciertos aspectos determinados, constituirán algunos de estos tipos de orden. Por ejemplo, todas las series (o las relaciones formadoras de series) que cumplen con las siguientes condiciones, son similares y constituyen un cierto tipo de orden: *a*) hay un primer objeto con respecto a la relación formadora de series; *b*) para todo objeto hay uno que lo sigue y, excepto para el término inicial, uno que lo precede; así, *c*) en la totalidad de la serie no hay objeto último. A tales series se las llama *progresiones* y a su representante formal lo llamamos «la serie de los números naturales». De manera similar se construyen los otros tipos de orden, el de los números racionales y el de los reales, los cuales juntos constituyen una serie continua que llamamos el *continuo*.

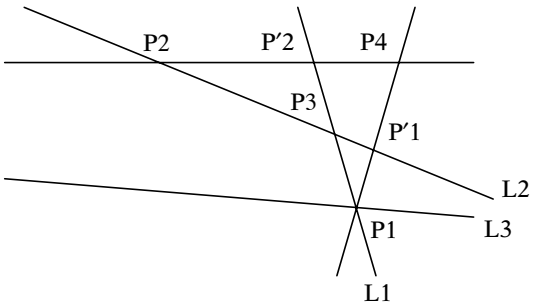
Ahora bien, los objetos que caen bajo un concepto pueden ser ordenados no sólo en *una* serie, sino en series de series. Por ejemplo, los estudiantes de una escuela pueden ser ordenados según su edad y a su vez según su altura. Similarmente, pueden construirse series de tres o de n niveles, que son tratadas en la teoría de los triples ordenados o de los tuplos ordenados. A una serie continua de tres o n niveles se le llama un «espacio formal» de tres o n dimensiones, y como no se han hecho referencias aquí a términos espaciales o de ningún otro tipo, puede llamarse a estos espacios «estructuras de relaciones de orden» o, por mor de la brevedad, «estructuras de orden».

Según Carnap, a través de la imposición de condiciones más estrechas es posible derivar, desde la estructura formal básica que llama Ent (espacio topológico de n dimensiones), primero el espacio proyectivo (Enp), y luego el espacio métrico (Enm), los cuales se relacionan con el primero como especies y subespecies a un género. Veamos cuáles son las condiciones y cómo se obtiene el resultado deseado. Dice Carnap:

> Sea un concepto P, bajo el cual caen los objetos P1, P2, que cumpla las siguientes condiciones: 1) hay un concepto L, bajo el cual no caen objetos sino los conceptos L1, L2..., tal que bajo cada L-concepto caen sólo P-objetos, de hecho, sólo tres P-objetos caen bajo cada L-concepto; 2) para cualesquiera dos P-objetos hay siempre uno y sólo un L-concepto bajo el cual caen ambos (su L-

concepto común); 3) sin importar qué P-objetos puedan escogerse se sostiene lo siguiente en general: si P1, P3, P′2 caen bajo el L-concepto L1, P2, P3, P′1 bajo el L2, entonces hay en primer lugar un objeto P4 que cae tanto bajo el L-concepto común de P1 y P′1 y el de P2 y P′2, y en segundo lugar, hay un L-concepto L3 que comprende P1 pero ningún concepto que cae bajo L2 [*ibíd.*: 9].

Las dos primeras condiciones se comprenden con relativa facilidad. 1) afirma que todo concepto comprende un número suficientemente amplio de casos, al menos tres, pero ningún concepto se aplica a todos los objetos de un dominio dado. 2) sostiene que cualesquiera dos objetos comparten un concepto, algo que no parece *prima facie* obvio. Para apreciar el contenido de 3) hace falta visualizar la estructura propuesta por Carnap:



Ahora bien, Carnap llama a la estructura que queda definida mediante estas condiciones «espacio proyectivo formal de tres dimensiones» (E3p), y que lo es lo prueba el hecho de que de dicha estructura es posible derivar varios teoremas centrales a la geometría proyectiva, como el teorema de Desargues. Pero lo más importante de la construcción de este sistema de geometría formal está en el hecho de que la estructura permanece a través de las diferentes interpretaciones intuitivas que puedan dársele a los términos que la componen, mostrándose como un verdadero principio de orden aplicable a los más diferentes dominios de objetos concebibles. Prueba de ello son los ejemplos dispares que Carnap muestra como compatibles con la estructura de orden articulada. Los ejemplos propuestos son tres, aunque aquí

consideraremos sólo aquel cuyo dominio de objetos lo constituyen los colores y los objetos geométricos tradicionales.

En el ejemplo, los colores se presentan en ciertas configuraciones llamadas «tiras de color». Cada tira tiene al menos tres colores diferentes pero ninguna de ellas tiene todos los colores que aparecen en las restantes tiras. Si escogemos cualesquiera dos de los colores, hay siempre una y sólo una tira que los tiene a ambos, la que llamamos su portador común. Por último, la tercera condición: si imaginamos cualesquiera tres colores c1, c2, c′2 de una tira t1 y c2, c3 y c′1 de una tira t2, entonces, en primer lugar, el portador común de c1 y c′1 y el de c2 y c′2 tienen un color c4 en común; y en segundo lugar, hay una tira t3 que posee el color c1 pero ninguno de los colores poseídos por la tira t2. Como resulta más o menos obvio, nuestro modelo satisface las condiciones explicitadas en el sistema anterior constituido por conceptos. Las dos condiciones iniciales se siguen fácilmente, mientras que la tercera puede apreciarse en el diagrama anterior.

El caso siguiente, el que utiliza los objetos geométricos tradicionales; a saber, puntos y líneas, es de particular importancia porque posibilita comprender la relación entre el espacio formal y el intuitivo, que serán tratados con posterioridad. Las condiciones van como sigue: si se da una línea arbitraria, luego hay al menos tres puntos sobre ella y al menos uno fuera de la misma. A través de dos puntos hay siempre una y sólo una línea. Finalmente, si P1, P3 y P′2 están sobre una línea, P2, P3, P′1 en otra, luego, en primer lugar, hay un punto P4 que se encuentra sobre la línea que pasa a través de P1 y P′1 y sobre la que pasa a través de P2 y P′2, y en segundo lugar, hay una línea que pasa a través de P1 que no tiene ningún punto en común con la línea que pasa a través de P2 y P′2.

A mi modo de ver, hay aquí al menos dos cosas importantes. En primer lugar, el hecho ya señalado de que el espacio formal debe ser visto como una estructura de orden cuya significación radica en el sistema de relaciones formales que postula y no en esta o aquella interpretación. En segundo lugar, y a pesar de que en este trabajo Carnap apela aún al espacio intuitivo como modo de dotar de interpretación al espacio formal, se esboza la idea, que por otra parte ya está presente en Cassirer, de que los principios formales actúan como verdaderos principios constitutivos de orden en los diferentes dominios de objetos que se le presentan.

Thomas Mormann[5] ha enfatizado esta similitud entre el modo formal de operar en *El espacio* y el procedimiento del cuasianálisis en el *Aufbau*. Creo, no obstante, que si bien Mormann está en lo correcto en señalar dicha similitud formal, no debemos olvidar que en *El espacio* Carnap no acepta completamente el desafío de Cassirer en cuanto a la aplicación de los principios formales directamente a la experiencia, comprometiéndose con la noción de intuición que veremos a continuación. Es más, todavía en 1923, en su trabajo «Sobre la tarea de la física», donde se representa la estructura de la ciencia bajo la forma de tres volúmenes, Carnap, si bien abandona la noción de intuición, acude a una parte coordinativa que dota de contenido a la parte axiomática, construida *more geometrico*.

Entonces, como decíamos, la «interpretación» de la estructura relacional abstracta que llamamos «espacio formal» es obtenida a través de lo que Carnap llamará espacio *intuitivo*. El espacio intuitivo es, para Carnap, una interpretación generalizada de la idea kantiana de espacio como forma de intuición *a priori*. Lo que importa de esta forma de intuición no es tanto su origen psicológico, sino el fundamento lógico de nuestra cognición del espacio intuitivo, es decir, la naturaleza de los axiomas que la rigen. Alejándose de toda concepción empirista de esos axiomas, Carnap dice, siguiendo a Driesch, que la justificación de esos axiomas no puede encontrarse en la experiencia, no importa cuán repetida sea ésta. Su justificación debe buscarse en una fuente que es independiente de la realidad experiencial. Y Carnap encuentra esa fuente en la posibilidad de una «intuición de esencias» (*Wessenserschauung*), en el sentido de Husserl. Una discusión pormenorizada de esta idea y de la influencia general del pensamiento de Husserl sobre Carnap[6] superaría en mucho los límites de este trabajo. No obstante, dada la importancia que el propio Carnap concede a dicha noción, haré unos breves comentarios al respecto.

Según Husserl, a toda ciencia le corresponde un dominio de objetos como campo de sus investigaciones, y a los conocimien-

---

5. Véase «Synthetic Geometry and *Aufbau*» en T. Bonk (ed.) 2003.

6. Para un estudio exhaustivo de las relaciones entre Carnap y Husserl, véase el artículo de Sahotra Sarkar, «Husserl's Role in Carnap's *Der Raum*», en Thomas Bonk (ed.), *Language, Truth and Knowledge. Contributions to the Philosophy of Rudolf Carnap*, Kluwer, Academic Publishers, 2003.

tos de esos objetos, esto es, a los juicios que se forman sobre ellos les corresponden, como fuente de su validez, ciertas intuiciones en las que esos objetos se dan de manera inmediata. En todas las ciencias empíricas, el modo mediante el cual los objetos se dan es la percepción. Y en la percepción los objetos aparecen individualizados desde el punto de vista espacio-temporal. En este «darse» espacio-temporal se manifiesta, para Husserl, la contingencia del ser individual, es decir, el hecho de que los objetos aparecen en determinadas relaciones y, sin embargo, podrían hacerlo de otras. Por ejemplo, un objeto que se da en determinado punto del tiempo podría muy bien darse en cualquier otro. Si bien podemos afirmar la validez de ciertas leyes naturales, éstas no expresan más que ciertas regularidades fácticas que podrían ser enteramente de otra forma. Sin embargo, afirma Husserl, detrás de esta «contingencia» de los hechos naturales existe un tipo de *necesidad esencial* que remite a una *universalidad esencial*. Esta necesidad no tiene que ver con las relaciones espacio-temporales o de algún otro tipo en las que los objetos aparecen, sino con el conjunto de propiedades esenciales que definen a cada existente y que permanecen invariantes a través de los diferentes modos de aparecer los objetos. Dice Husserl:

> Un objeto individual no es meramente individual; un «eso que está allí», un objeto que sólo se da una vez, tiene, en cuanto constituido «*en sí mismo*» de tal o cual manera, *su índole peculiar*, su dosis de predicables esenciales, que necesitan convenirle (en cuanto «es tal como es en sí mismo») para que puedan convenirle otras determinaciones secundarias y relativas [Husserl, 1913/1949: 19, el énfasis es de Husserl].

Es decir, que cada objeto individual posee un sustrato de propiedades esenciales común a muchos objetos individuales, y en virtud de las cuales dichos objetos pertenecen a una determinada «región» o «categoría» de individuos. Por ejemplo, toda cosa material individual tiene su propia forma esencial, que consiste en la «cosa material en general» con una determinación temporal, una figura, y una materialidad en general.

De acuerdo con Husserl, al igual que los objetos individuales y sus relaciones pueden ser aprehendidos en la intuición empírica, esto es, en la percepción, podemos también, partiendo de esa

misma intuición empírica, aprehender los rasgos esenciales que dominan los hechos, mediante un tipo de intuición esencial (*Wessenserschauung*).[7]

Husserl es ciertamente críptico respecto a qué sea este tipo de aprehensión de propiedades esenciales de los fenómenos, aunque intenta explicitarla colocándola en analogía estrecha con la intuición empírica. En efecto, en la intuición empírica, esto es, en la aprehensión consciente de un objeto, éste se manifiesta en su pura individualidad; lo que aprehendemos son las propiedades empíricas del objeto, por ejemplo, que este gato que duerme aquí y ahora a mi lado, es efectivamente marrón, de ojos celestes, etc. De la misma manera, la intuición esencial es una conciencia dirigida hacia un objeto, una conciencia en la que el objeto, esto es, las propiedades esenciales o género supremo que determinan a un individuo como perteneciente a una categoría o región, «se da en sí mismo».[8]

Asimismo, existe, para Husserl, una relación profunda entre intuición empírica e intuición esencial. En efecto, toda intuición esencial tiene en la base una intuición individual, esto es, un comparecer un objeto, y aunque la intuición esencial se eleve por encima de lo puramente individual, dirigiendo su mirada a las propiedades esenciales de ese objeto, necesita la presencia de lo individual para obtener sus fines.[9] En otras palabras, para ver a un objeto como un ejemplar de propiedades esenciales, tiene que darse el objeto individual en cuanto existente. De la misma manera, afirma Husserl, no puede darse intuición individual alguna sin la posibilidad de dirigir la mirada hacia las propiedades esenciales que son instadas en el objeto individual en cuestión. Es decir, que toda aprehensión de un objeto considerado individualmente requiere que sea posible considerarlo desde el punto de vista de las propiedades esenciales que insta, pues de lo contrario se seguiría la ab-

---

7. Un estudio minucioso de la idea de «intuición esencial» puede encontrarse en el excelente libro de Robert Sokolowski *Husserlian Meditations,* cap. 3.

8. La idea de «intuición esencial» tiene su antecedente en la de «abstracción idealizadora» desarrollada por Husserl en las *Investigaciones lógicas.* Según Husserl, los conceptos científicos no pueden ser reducidos a una colección de objetos empíricos ni al reconocimiento de las propiedades comunes compartidas por los objetos que nuestros sentidos perciben.

9. Husserl ve la intuición esencial como una verdadera idealización que tiene por base la conciencia individual y las universalidades empíricas. Sobre este punto véase Drummond 1984.

surda suposición de que habría individuos no definidos esencialmente. Esto conduce a Husserl a establecer la tesis de la inseparabilidad del hecho y la esencia. Ésta se expresa con toda claridad en la insistencia de Husserl de que la esencia pura siempre se ejemplifica en fenómenos, sean éstos reales o imaginarios. Sin embargo, esto también prueba la independencia, y así el carácter *a priori*, de la intuición esencial respecto de los hechos individuales y efectivos, es decir, de los hechos reales.

Un último punto servirá para aclarar aún más la visión de Carnap. En sintonía con lo anterior, argumenta Husserl, existe una importante distinción entre ciencias de hechos y ciencias de esencias. Las primeras, como resulta más o menos obvio, se ocupan de hechos individuales y realmente efectivos, de hechos dados a la percepción actual. Las segundas, entre las cuales Husserl coloca a «... la lógica pura, la matemática pura, la teoría pura del tiempo, la teoría pura del espacio, la teoría pura del movimiento, etc.» (*ibíd.*: 28), se ocupan de las propiedades esenciales de los fenómenos, y aunque tengan en la base hechos realmente existentes, éstos no entran en una relación de fundamentación respecto de ellas. Es decir, allí donde entra en función en ellas la experiencia, no entra en cuanto experiencia, esto es, en su existencia individual. Para citar el propio ejemplo de Husserl: «El geómetra que dibuja sus figuras en el encerado traza líneas fácticamente existentes en el encerado fácticamente existente. Pero su experimentar lo trazado, *qua* experimentar, no es en mayor medida que su trazar físicamente el *fundamento* de su intuir y pensar geométricos esenciales» (*ibíd.*: 28), es decir, la mirada del geómetra no está dirigida a las líneas en cuanto real e individualmente existentes, sino a su naturaleza esencial, a las propiedades universales que infieren en ellas, por lo que la fuente de la fundamentación de sus juicios será la intuición esencial y no la mera experiencia individual.

Como dijimos, Carnap se hace total eco de esta idea de Husserl para desarrollar su propia concepción del espacio intuitivo. Así lo expresa claramente:

> Porque aquí, como Husserl ha mostrado, no estamos tratando ciertamente con hechos en el sentido de la realidad experiencial, sino antes bien con la esencia («Eidos») de ciertos datos que pueden ser aprehendidos en su naturaleza particular al ser da-

> dos en una instancia simple... es importante distinguir este modo de aprehensión de la intuición en sentido estrecho, que se centra en el hecho mismo, llamándola «intuición de esencias» (Husserl) [Carnap 1922: 15].

De acuerdo con Carnap, el espacio intuitivo posee una estructura formal que es preciso investigar, en orden a establecer ulteriormente las relaciones con los otros tipos de espacio. Esa estructura aprehensible intuitivamente es una estructura mínima, pues, según Carnap, en la medida en que la complejidad de las formas intuidas aumenta, también aumenta la incerteza de las mismas.[10] En su opinión, la intuición siempre se relaciona con regiones limitadas del espacio, por lo que sus axiomas serán válidos exclusivamente para formas espaciales de magnitud limitada. Sin embargo, podemos construir, sobre la base de esta cognición limitada, varios sistemas sobre la estructura total del espacio intuitivo. Por ejemplo, podemos construir el concepto de una línea recta infinita partiendo del concepto de segmento de línea y la iteración de una regla, y también podemos darle contenido intuitivo a dicho concepto en la medida en que, conociendo la regla de conexión, podemos aprehender cada segmento de línea en la intuición. Sin embargo, para la construcción de esta estructura más amplia tenemos completa libertad, dado que depende de la postulación de condiciones que no son intuibles en principio, para las cuales no hay posibilidad de verificación última. Veamos, entonces, qué propone Carnap.

La guía para el descubrimiento de los axiomas de la intuición la proporciona el sistema axiomático construido por Hilbert. La tarea consiste en investigar dicho sistema «en orden a descubrir qué axiomas surgen de la intuición de una región limitada» (*ibíd.*: 16).[11] Un propósito ulterior es investigar cuáles otras estructuras

---

10. En este punto, Carnap sigue la tradición que reconstruimos aquí desde Helmholtz, en la cual se critica a Kant por haber supuesto demasiadas cosas como parte de la estructura *a priori* de la cognición humana. Como veremos dentro de un momento, esto no significa que Carnap abandone los presupuestos fundamentales de la concepción kantiana, antes bien su distinción entre «hechos efectivos» y «forma opcional» (que posteriormente, en su «Dreidimensionalität...», convertirá en «mundo primario» y «mundo secundario»), intenta capturar la idea de que aún podemos caracterizar un componente *a priori* en la cognición.

11. Quizás podría pensarse que Carnap estaba tomando en serio las observaciones que Hilbert hiciera en los *Grundlagen* acerca de que su investigación es un «análisis

espaciales son compatibles con los axiomas válidos para regiones pequeñas.

Como decíamos, Carnap parte de la validez de los axiomas de Hilbert para la geometría euclidiana en regiones limitadas de la experiencia. Los grupos de axiomas que acepta como verdaderos de nuestra intuición son: los axiomas de conexión, los de orden y los de congruencia. A ellos Carnap agrega otros dos que hacen afirmaciones acerca de la relación de congruencia entre ángulos y segmentos respectivamente. A su vez, propone ciertos postulados a partir de los cuales es posible construir un sistema ilimitado que llama «espacio intuitivo métrico de 3 dimensiones» (E3m′).[12] Es destacable que la estructura del espacio intuitivo para dimensiones pequeñas no posee una métrica de suyo propia, sin embargo esa estructura posibilita la postulación de una métrica o de varias. Carnap reconoce que Riemann fue el primero en mostrar cuántos diferentes tipos de E3m′ son consistentes con los axiomas de la geometría euclidiana para regiones limitadas de la experiencia. Esos diferentes tipos de E3m′ son caracterizados por una coordinación de tres números a todo punto del espacio, lo que se conoce como «medida de la curvatura».[13] En efecto, si los planos en nuestro espacio limitado son caracterizados por los axiomas 1, 3, 9-10, 13-16 (véase apéndice), los planos en los espacios extendidos pueden ser tan diferentes unos de otros como los de las superficies curvas, y al igual que éstos son caracterizados proporcionando la curvatura gaussiana en todo punto,[14] los planos extendidos de nuestro sistema ilimitado también pueden ser caracterizados mediante la asignación de números a todos sus puntos. A ésta la llamamos la medida de la curvatura riemanniana del plano en cuestión. De este modo, las relaciones métricas de nuestro espacio tridimensional quedan completamente caracterizadas proporcionando la medida de la curvatura en todo punto para tres superficies diri-

---

lógico de nuestra intuición espacial». Para una interpretación que hace énfasis en esta vena del pensamiento de Hilbert (aunque sin referencias a Carnap), véase U. Majer «Geometry, Intuition and Experience from Kant to Husserl», *Erkenntnis* 42, 261-285, 1995.

12. Véase el apéndice al final del trabajo para una lista de los axiomas y postulados aquí mencionados.

13. Véase el cap. 2 para una explicación intuitiva de la noción de «medida de la curvatura».

14. Para una superficie de curvatura constante K, Gauss probó una fórmula fundamental que relaciona la curvatura, el área y la medida angular.

gidas diferentemente, por ejemplo, para tres superficies mutuamente ortogonales. Si se asignan los mismos números a todo punto del espacio, luego las mismas relaciones métricas que gobiernan una región en el espacio gobiernan cualquier otra. En este caso el espacio es llamado *homogéneo*. Cualquier plano en este espacio tiene la misma curvatura en todo punto, esto es, son planos de curvatura constante, aunque no necesariamente todos los planos tienen la misma curvatura. Por otro lado, si los tres números asignados a cualquier punto del espacio son iguales a otros, todas las direcciones en el espacio son equivalentes, y por lo tanto el espacio es llamado *isotrópico*. Si se cumplen las dos condiciones, entonces todos los puntos y todas las direcciones son equivalentes, y así se define la curvatura del espacio de curvatura constante. Es decir, que todos los planos son de curvatura constante y equivalentes entre sí, esto es, la curvatura es la misma para todos. Estos tres tipos de planos de curvatura constante son: hiperbólico, parabólico y elíptico, según si su curvatura es negativa, cero, o positiva. Para los tres tipos de planos se sostiene el axioma de congruencia siguiente: si dos triángulos arbitrarios coinciden en cualesquiera dos lados y en el ángulo que ellos encierran, también coincidirán en los otros dos ángulos. Esto hace que estos espacios sean llamados «espacio de congruencia».

Ahora bien, de acuerdo con Carnap, la estructura bajo consideración, el espacio intuitivo métrico tridimensional E3m′, es susceptible de ser generalizado hasta obtener un espacio intuitivo métrico de n-dimensiones Enm′. Sin embargo, esta generalización también puede operar haciendo abstracción de las relaciones métricas, dando lugar al espacio intuitivo proyectivo de tres dimensiones E3p′,[15] y aún al espacio intuitivo topológico de tres dimensiones E3t′. En este último, se rechazan los conceptos primitivos de línea y plano y en lugar de ellos se usan sólo los conceptos más generales de curva y superficie, de los cuales se investigan las relaciones de «estar en» o «sobre» y sus interconexiones. No obstante, en la mis-

15. La geometría proyectiva es el estudio de las propiedades proyectivas de las figuras, esto es, aquellas propiedades de las figuras que no tienen que ver con cuestiones cuantitativas, sino que se basan únicamente en los axiomas de incidencia y existencia. Ya en la antigüedad hay teoremas proyectivos (aunque no se llamaban de esta forma), por ejemplo, el teorema de Papo, pero fue a partir de Desargues y Pascal y posteriormente con Poncelet, Chasles, Monge, Plücker y von Staudt, que la tradición se consolidó.

ma forma en que E3m′ es generalizado a E3p′ y E3t′, podemos generalizar Enm′ a Enp′ y aún a Ent′, el espacio intuitivo que presenta la estructura más general construida desde términos intuitivos y, por ende, el espacio que contiene todos los demás como partes y especializaciones.

Como comentábamos brevemente al señalar el énfasis de Mormann en la relación entre espacio formal y cuasianálisis, Carnap apela a la intuición como modo de disolver el problema de cómo dotar de interpretación «espacial» a la estructura puramente abstracta que constituye el espacio formal. Como parece obvio, su logicismo no lo provee con respuestas a sus preocupaciones epistemológicas. Para el Carnap de *El espacio*, la lógica, dado que abstrae de todo contenido, no tiene nada que ver con las distintas porciones de nuestra vida fenomenológica, y por lo tanto tiene que acudir a la noción de «intuición esencial» para ser provista de tales contenidos. Sólo la intuición esencial la provee de una topología verdaderamente espacial que es la condición de posibilidad tanto de la cognoscibilidad de los objetos físicos, como de la asignación de relaciones métricas convencionales. Volveremos a estas relaciones más tarde, una vez que haya quedado elucidada la idea de espacio físico.

Mientras la teoría del espacio intuitivo se construye desde la intuición esencial de formas espaciales, la teoría del espacio físico tiene la tarea de establecer cuáles de esas relaciones se sostienen en las cosas particulares con las que nos enfrentamos.

Carnap comienza su exposición destacando la diferencia entre el viejo problema de la falta de exactitud en las determinaciones de las figuras geométricas, esto es, la certeza de que nunca encontramos en la naturaleza cosas así como «líneas rectas», con el problema que él va a afrontar aquí; a saber, la cuestión acerca de si es posible y en caso de que lo sea de qué manera puede ser establecida una línea recta en el espacio físico. Por ejemplo, considérese un rayo de luz o tres o más puntos alineados. La pregunta es: ¿es recto ese rayo de luz?, o ¿se encuentran los puntos sobre una línea recta? Habitualmente este tipo de preguntas se responde llevando a cabo un procedimiento de prueba que consiste en tomar una regla o alguna otra cosa similar y con base en ella responder la pregunta planteada. Pero, como Carnap señala, este tipo de procedimientos sólo trasladan el problema un paso atrás. Pues de inmediato surgiría la pregunta de

sobre qué base sabemos que las líneas usadas para la comparación son efectivamente líneas rectas.

A lo que parece conducir este tipo de problemas es a la conciencia de que tales preguntas son imposibles de responder sobre la base de los puros hechos, esto es, sin imponer determinadas estipulaciones sobre los mismos. Estas estipulaciones, que son establecidas mediante una libre postulación y no son susceptibles de confirmación o refutación por la experiencia, pueden ser de dos tipos: en primer lugar, se estipula directamente que una clase de líneas presentadas por algún objeto o proceso definido cuenta como *líneas rectas*. En segundo lugar, se lleva a cabo una estipulación métrica. Ésta consiste en la estipulación de un cuerpo como rígido, la determinación de dos puntos sobre él, y una función que define la distancia entre esos dos puntos en cualquier momento del tiempo. Esta función puede ser más simple, como la que afirma el intervalo entre dos puntos como una distancia constante, o más compleja, como la que introduce condiciones de temperatura, carga eléctrica, etc. En cualquier caso, lo importante es que podamos usar el cuerpo en cuestión para medir distancias entre otros puntos, y para esto sólo necesitan cumplirse determinadas condiciones formales; estamos restringidos a asignar cero a dos puntos que coinciden o más que cero a dos puntos que no lo hacen. Una vez que se hace tal estipulación, la cuestión de si tres puntos se encuentran sobre una línea recta es respondida unívocamente.

Ahora bien, el principal propósito de Carnap en su presentación del espacio físico es argumentar que el establecimiento de cualesquiera relaciones espaciales para el espacio físico que superen las relaciones topológicas, es imposible sobre la base de la experiencia. Al igual que en el caso del espacio intuitivo topológico de tres dimensiones, el cual es construido independientemente de cualesquiera relaciones de magnitud, las únicas relaciones requeridas para ordenar los elementos físico-espaciales dados en la experiencia son las relaciones de «estar en o sobre» (relaciones de incidencia) entre puntos, líneas, superficies y volúmenes. Es decir, sólo el espacio topológico encierra una determinación unívoca del orden de los elementos físicos en la experiencia. Tanto el espacio proyectivo como el métrico suponen el recurso a una estipulación convencional y, por ende, la posibilidad de infinitas determinaciones. Para dar un fundamento a esta

posición, Carnap acude a la distinción entre materia y forma de la experiencia, la cual está relacionada pero no es completamente idéntica a la distinción kantiana.

A diferencia de Kant, para quien la distinción tiene sentido en virtud de que de su combinación surge la experiencia, Carnap la usó para analizar la experiencia ya completa en dos partes. Para esto hace «... una división dentro del reino de la forma entre forma necesaria y forma opcional» (*ibíd.*: 27). Para Carnap, la estructura topológica es la «forma necesaria» a la cual está sujeta la materia, la cual, a su vez, por supuesto, está también sujeta a varias «formas opcionales» entre las cuales se encuentra el espacio métrico. Así presenta Carnap la idea:

> Permítase llamar a la materia que ciertamente no es carente de forma, pero que aparece sólo en forma necesaria, «materia de hecho» de la experiencia. Ésta puede estar sujeta a una formación ulterior en términos de formas opcionales. En orden a probar si un enunciado experimental entraña una materia de hecho o no, y en el último caso, lo que en él pertenece a una materia de hechos y lo que depende de la forma determinada por elección, hemos de investigar si el enunciado experimental permanece válido para toda posible formación, lo que significa, para una investigación, para toda clase de transformación espacial [*ibíd.*: 27].

Como Carnap apunta, sólo los enunciados topológicos son invariantes respecto de las transformaciones espaciales arbitrarias. Esto es, sólo las relaciones de incidencia y conexión entre formas espaciales permanecen invariantes a través de cualesquiera grupos de transformaciones. Para citar el propio ejemplo de Carnap, un enunciado de «hechos» sería: «la superficie de contacto de este cuerpo (mesa) con este cuerpo (piso) consiste en tres partes separadas», pues las relaciones de las que habla permanecen invariantes a través de los cambios de magnitud o de otro tipo que puedan realizarse sobre esos cuerpos. Por otro lado, el enunciado «estos dos puntos en este cuerpo tienen el mismo intervalo que esos otros puntos en este otro cuerpo, el cual no está en contacto con el primero» no es un enunciado de «hechos», pues depende de una métrica escogida libremente.

Permítaseme ahora señalar dos cosas sobre esta idea de estructura topológica como «forma necesaria» de la materia. En primer lugar, el hablar de «invariantes» nos remite directamente

a la concepción de Cassirer de los *invariantes lógicos de la experiencia*, modelada sobre la base de la teoría de los invariantes de Klein. Como acabamos de exponer, para Carnap, la estructura topológica es la condición de posibilidad de la experiencia externa en general, y es, por tanto, sintética *a priori* en el sentido de Cassirer. Lo que sorprende es que Carnap sólo haga referencia a la teoría de grupos para ilustrar su punto y lo dé por concluido, sin asumir las consecuencias de la adopción de su punto de vista. Esto es, sin investigar las fuentes trascendentales o el origen en la mente de tales estructuras invariantes.

El segundo punto que deseo aclarar tiene que ver con algunas de las cosas que Carnap ha asumido en la exposición del espacio intuitivo y que pueden entrar en conflicto con lo que acabamos de exponer con relación al espacio físico. Recordemos que para Carnap, la estructura final que emerge desde el espacio intuitivo métrico de 3 dimensiones E3m′, es el espacio intuitivo topológico de n-dimensiones, algo que por naturaleza es no-intuitivo. Ahora bien, como acabamos de exponer, la forma necesaria de la experiencia del espacio físico consiste en una estructura topológica de 3 dimensiones, pero esto contradice lo afirmado antes respecto al espacio intuitivo. Es decir, parece que lo que ofrece la intuición supera lo requerido por la forma necesaria de aprehensión de los objetos materiales. Carnap afirma que basta una estructura topológica de 3 dimensiones para la cognición de los objetos físicos, pero deriva una estructura mucho más general y que es por naturaleza no-intuitiva. ¿Cómo podríamos dar respuesta a este problema? Quizás la respuesta va en la dirección de ciertas afirmaciones de Carnap acerca de que el espacio intuitivo topológico de n-dimensiones contiene a todos los demás como partes o particularizaciones, en especial, el hecho de que en nuestra cognición ordinaria intuimos siempre una estructura que es tridimensional. A su vez, Carnap habla de la posibilidad de obtener una representación «afín a la aprehensión intuitiva» de estructuras de mayores dimensiones que 3, mediante el procedimiento de combinar la intuición de espacios de 3 dimensiones con relaciones conceptuales que indican el modo de extensión del número de dimensiones.

Ahora bien, como decíamos hace un momento, Carnap parece asignar mayor importancia a la consideración de las relaciones métricas que constituyen la «forma opcional» a la que se somete

la materia, que a rastrear las fuentes de la forma necesaria. Y lo hace porque, claro está, la asignación de una métrica tiene que ver con el modo en que construimos las teorías físico-matemáticas. Como mencionamos antes, Carnap piensa que la estructura métrica es algo que se agrega al espacio físico topológico o bien estipulando una medida, o estipulando una estructura métrica global. Cualquiera de estas alternativas conducirá al establecimiento de una física cuantitativa. Esta física tiene la habilidad para expresar los hechos individuales de la experiencia en ecuaciones y, por ende, tanto sistematizar nuestras creencias físicas como proporcionar predicciones de eventos físicos futuros.

La investigación de Carnap se propone encontrar qué tipo de relaciones funcionales existen entre la estructura espacial física, la métrica escogida y los hechos de la experiencia. La primera que considera es la que deriva la estructura métrica global desde la medida postulada y los hechos de la experiencia. Para ello lo primero es establecer que la superficie de prueba será considerada propiamente un *plano*. Una vez determinado esto, se investigarán las relaciones espaciales en este plano físico. El procedimiento de prueba utiliza la suma de los ángulos de un triángulo. Como ya se ha mencionado, los números que caracterizan las relaciones métricas en un plano están relacionados con la suma de los ángulos de un triángulo de una manera uniforme. Dependiendo de si la medida de la curvatura en un punto dado del plano es igual, menor o mayor que cero, la suma de los ángulos de un triángulo será igual, menor o mayor que 180º. Para testar la curvatura, Carnap propone construir seis triángulos equiláteros juntos para formar un hexágono regular. Si los triángulos coinciden completamente, entonces la curvatura del plano es cero, si no lo hacen tenemos una curvatura que puede ser medida con relación a la extensión en la que los triángulos se solapan o se separan. Este procedimiento puede, en principio, aplicarse a cualquier punto del espacio, de modo que la estructura métrica global del espacio puede ser descubierta punto por punto desde la estipulación métrica y los hechos de la experiencia.

De inmediato, Carnap considera otra forma de la dependencia entre hechos, estipulación métrica y estructura métrica global, una que procede inversamente a la relación anterior, es decir, estipulando la estructura métrica global y, sobre la base de los hechos de la experiencia, descubrir la estipulación métrica.

Carnap argumenta vía un ejemplo que considera a la superficie de la tierra *E* como un plano. La estructura métrica para el plano *E* sería algo como lo siguiente: «... dos puntos A, B sobre este cuerpo de hierro presentan un intervalo que nunca es el mismo sino (aparte de la temperatura, la magnetización, etc., en tales y cuales grados) ha de depender ante todo del lugar sobre *E* en el cual el cuerpo se localiza de tales y cuales maneras» (*ibíd.*: 34). Esto trae aparejado que algún punto particular en *E*, por ejemplo, el lugar actual en el que se encuentra el cuerpo de hierro, o el polo norte, tendrían un estatus privilegiado. Si queremos evitar tales privilegios en nuestra métrica, entonces *E* ha de considerarse como un plano con curvatura constante en todo lugar cuya magnitud es igual a la que *E* tiene como una esfera sobre la base de una métrica euclidiana. Ahora pueden establecerse valores de la curvatura para todo el universo restante. Como se ha dicho antes, bajo una métrica de este tipo el espacio es considerado homogéneo e isotrópico, es decir, tiene la misma curvatura en todo punto y en toda superficie. Sobre la base de esta determinación, entonces Carnap postula la siguiente métrica: «... dos puntos A, B sobre este cuerpo de hierro presentan un intervalo que ciertamente ha de ser explicado como independiente del lugar de *E,* pero (aparte de la temperatura, la magnetización, etc., en el mismo grado que para M1) tan dependiente de la altura hs sobre *E*: 1 = 1o (1 – seno(hs))» (*ibíd.*: 34).

La implantación de esta métrica coincide en gran medida con la métrica estándar, pero también se aleja de ella considerablemente. Por ejemplo, según la métrica estándar, hay sólo una ruta posible entre cualesquiera dos puntos; a saber, una línea recta; para esta métrica alternativa hay una similar unicidad: para cualesquiera dos puntos hay sólo un círculo que pasa a través del cenit. Estas discordancias muestran que es necesario reformular las leyes de la naturaleza, lo que puede ser hecho sin contradicción con los hechos de la experiencia. Por lo tanto, la estructura métrica global y los hechos de la experiencia determinan la métrica.

La forma de dependencia que resta por considerar es la que supone que la métrica y la estructura global determinan los hechos de la experiencia. La idea básica, de acuerdo con Carnap, es la que subyace a la práctica científica: se afirma que para una métrica específica las formas físico-espaciales son ordenadas en

una estructura métrica particular; y mediante esta determinación los hechos de la experiencia son completamente descritos en sus relaciones espaciales. Es decir, que si presumimos la adecuación empírica de la teoría podemos deducir de ella los hechos actuales de la experiencia. La métrica global y la estipulación métrica posibilitan la representación y derivación finita de la clase infinita de hechos de la experiencia, incluyendo aquellos que no han sido observados.

Este último caso conduce a Carnap a considerar el problema acerca de dónde recae la elección arbitraria en la presentación científica de los hechos de la experiencia a través de la métrica y la estructura global. Adelantando algunos planteos que aparecerán en su trabajo de 1923, Carnap se vuelve contra los convencionalistas y a favor de Einstein. En efecto, de acuerdo con Poincaré y Dingler, una vez que se ha admitido la convencionalidad de la métrica sólo consideraciones prácticas nos inducirán a escoger la métrica global más simple, esto es, la métrica euclidiana. Carnap concede que la métrica euclidiana es las más sencilla, y también concede que la elección puede recaer tanto sobre la métrica global o sobre la medida, es decir, que en principio existe la posibilidad teórica de hacerlo, pero piensa una tercera vía que toma en cuenta los hechos de la experiencia, esto es, que la elección de alguna de las partes mencionadas sólo tendrá sentido si se tiene en cuenta los hechos de la experiencia. Así lo expresa: «Antes bien, ha de seguirse un camino intermedio, que no procede ni del S más simple ni del M más simple, sino que recibe su justificación sólo en virtud de su meta, en que conduce a la estructura más simple constituida desde nuestro conocimiento ordinario» (*ibíd.*: 40). Sólo de este modo hacemos justicia a los descubrimientos empíricos de la ciencia. La elección de la estructura global o de la métrica es convencional y, por ende, independiente de la experiencia, rigiéndose por el principio de máxima simplicidad. Pero esta elección debe ser hecha con un ojo en los hechos de la experiencia, por así decirlo, de modo que el sistema del espacio físico y las leyes de la naturaleza presenten esos hechos de la manera más simple.

Ahora bien, parece que nos encontramos aquí con algo muy similar a la noción de principios *a priori* relativizados que veíamos en Cassirer y en Reichenbach. En efecto, para Carnap, las convenciones son principios que hacen posible las teorías físico-

matemáticas de la experiencia y hay, por ende, una pluralidad de ellas. Sin embargo, Carnap no se refiere a esos principios como «sintéticos *a priori*» sino simplemente como convenciones, como principios que se encargan de coordinar los hechos de la experiencia con la teoría física que los presenta y los predice, pero ellos no expresan ni hechos de la experiencia ni condiciones formales de la misma. Su posición es ciertamente similar a la de los filósofos mencionados pero, a diferencia de ellos, Carnap parece dar sentido a una nueva categoría de principios, las convenciones. Así, Carnap parece reservar la categoría de lo «sintético *a priori*» para las condiciones puramente formales de la experiencia, la forma necesaria, y como mencionamos más arriba, su negativa de dar un fundamento trascendental a la misma lo encamina a ubicar a la lógica-matemática en el centro de su interpretación de lo *a priori*. Sin embargo, la lógica formal es incapaz de distinguir relaciones espaciales de otras relaciones fenomenológicamente diferentes, por lo que su apelación a la intuición esencial (*Wessenserschauung*) es imprescindible. Más aún, la estructura métrica global del espacio intuitivo garantiza *a priori* que una estructura métrica pueda ser agregada a esta estructura física topológica.

Permítaseme dirigirme ahora a las relaciones que existen entre los tres tipos de espacios. Carnap introduce esta relación a través del siguiente ejemplo:

> Consideremos las tres proposiciones:
>
> 1) Multiplicar un número por otro produce el mismo resultado que multiplicar el segundo por el primero.
> 2) Tres grupos de cualesquiera cuatro cosas comprenden precisamente tantas cosas como cuatro grupos de cualesquiera tres cosas.
> 3) Aquí hay 3 cajas, el número de pelotas en cada una de ellas es 4; aquí hay 4 cajas con 3 pelotas en cada una; así, hay tantas pelotas aquí como allá [*ibíd.*: 44].

Según Carnap, la relación de 1) a 2) y de 2) a 3) es la de la regla general a su aplicación, pero varía una de otra. 1) es una limitación de una regla conceptual general a un caso especial, pero mantiene cierta generalidad con respecto a la realidad. 3) es una aplicación de esta generalidad limitada a un caso especial de la realidad. De acuerdo con Carnap, 2) se encuentra en una

relación de especificación (sustitución) respecto de 1), ya que lo que se hace es sustituir los términos indeterminados en esta última por términos determinados; 3) en tanto está, respecto de 2), en la relación de subordinación, dado que la realidad experiencial se encuentra subordinada a la regla.

Ahora bien, las relaciones entre las geometrías pueden estudiarse siguiendo estas definiciones. Entre la teoría del espacio formal y la del espacio intuitivo se sostiene la relación de especificación, y entre la del espacio intuitivo y la del espacio físico se sostiene la relación de subordinación. Asimismo, este modelo de relaciones se ajusta no sólo a las geometrías sino también a sus respectivos objetos; a saber, el espacio formal, el intuitivo y el físico. En efecto, la relación entre el espacio formal y el intuitivo es la relación entre una estructura con propiedades de orden determinadas pero objetos indeterminados, con una estructura con las mismas propiedades de orden pero objetos determinados, esto es, objetos propiamente espaciales. La relación del espacio intuitivo con el espacio físico, en tanto, es la de una forma de intuición a una estructura, con esta forma constituida por objetos reales.

Una vez que conocemos la forma general de la dependencia entre los tres tipos de espacio, detengámonos en el modo en que Carnap concibe la relación entre cognición espacial y experiencia, y en las fuentes de dicha cognición.[16]

El espacio formal, dado que es un dominio especial de la teoría de relaciones y sus proposiciones son derivadas de un modo puramente lógico desde leyes básicas, es analítico[17] y, por supuesto, independiente de la experiencia. Con respecto al espacio

---

16. Carnap deja claro en la nota al pie que acompaña al párrafo que estamos comentando que al hablar de «fuentes» se está refiriendo no al origen empírico o psicológico de nuestra cognición espacial, sino a su fundamento lógico. Por ello cita el famoso *dictum* de Kant en la *CRP*, «... aunque todo conocimiento empiece con la experiencia, no por eso procede todo él de la experiencia» (B-1).

17. Carnap, al igual que Husserl, desea evitar la terminología kantiana de «*a priori-a posteriori*/analítico-sintético». En *Ideas* dice Husserl: «Como ya hice en las *Investigaciones lógicas*, evito en lo posible las expresiones *a priori* y *a posteriori*, por afán de evitar oscuridades y ambigüedades que las afectan en el uso corriente y que tanto confunden, así como también a causa de las mal afamadas doctrinas filosóficas que como mala herencia del pasado están entretejidas con ellas» (Husserl, 1912/1949: 12). Carnap, por su parte, cree que «esos términos no son interpretados y aplicados en la misma forma por todas las partes». No obstante, como Sarkar (2003) afirma, la usa como una concesión a los lectores neo-kantianos del *Kantstudien*.

intuitivo, dado que sus axiomas se obtienen a través de un tipo de intuición esencial desde los fenómenos (actuales o imaginarios), sus proposiciones son sintéticas, pero son al mismo tiempo *a priori*, dado que son independientes del agregado de experiencias actuales. Dado que estos axiomas son válidos sólo infinitesimalmente, en orden a determinar la estructura completa que llamamos «espacio» es necesario agregar ciertos postulados que no son más que estipulaciones convencionales. Lo que posibilita la aplicación de estos postulados es la estructura topológica del espacio intuitivo, la cual, según Carnap: «puede ser aprehendida en la intuición de esencias de lo espacial» (*ibíd.*: 46). Respecto al espacio físico, la cognición de su estructura es posible únicamente a través de medios observacionales y, por lo tanto, las proposiciones acerca de ella nunca alcanzan una certeza incondicionada. A su vez, si bien la cognición del espacio topológico surge sobre la base de cuestiones de hecho, su transformación en una de las estructuras métricas es posible sólo por la adición de una métrica libremente escogida.

Ahora bien, según Carnap, el espacio continúa siendo la condición de posibilidad de la experiencia externa en el sentido de Kant. De acuerdo con la distinción entre forma necesaria y opcional, esas condiciones consisten en aquellas relaciones espaciales que se encuentran pura y exclusivamente en el ámbito de la forma necesaria, en lo que Carnap ha llamado los «hechos».

Como se ha dicho con anterioridad, esas relaciones se corresponden con las relaciones topológicas, nunca las proyectivas o métricas. Carnap ilustra el sentido de estas condiciones a través de un ejemplo en franca analogía con la teoría de los invariantes de Klein.[18] De acuerdo con Carnap, en la traducción de una lengua a otra lo que permanece inalterado a través de la traducción es el sentido de la proposición en cuestión, no dependiente de la presentación lingüística particular.[19] En los enunciados acerca de «hechos», el sentido de los mismos, esto es, la forma necesaria de esos hechos, es aquello que permanece inalterado a través de las diferentes presentaciones métricas de los

18. Al igual que ya lo había hecho Cassirer con su idea de los «invariantes lógicos de la experiencia». Véase el capítulo final para una elucidación de los conceptos fundamentales del programa de Klein.

19. Puede advertirse aquí un fuerte símil con la concepción fregeana del «sentido» (Sinn) de una proposición.

mismos. Esta forma necesaria e «invariante» es la estructura topológica. De acuerdo con esto, Carnap afirma que ha sido un error considerar a la forma espacial euclidiana como la única posible, pues lo único necesario en las determinaciones espaciales son las relaciones topológicas, comunes a los diferentes tipos de espacios.

Ahora bien, dado que se ha distinguido entre tres tipos de espacios, la pregunta que surge es: ¿cuál de los tres espacios es la condición de posibilidad de la experiencia externa? La respuesta parece obvia: el espacio intuitivo. En efecto, de acuerdo con Carnap, las relaciones espaciales que forman la condición de posibilidad de todo objeto de experiencia no pueden ser las del espacio físico, dado que éste no es independiente de los hechos de la experiencia, pues presenta los resultados de la observación en su particularidad. Asimismo, la estructura relacional del espacio formal no puede ser lo que buscamos dado su carácter puramente lógico, analítico. Por consiguiente, las determinaciones del espacio intuitivo, «en su independencia de la experiencia y en la validez general que obtiene en virtud de su fuente cognitiva..., sólo puede tener esta validez constitutiva de la experiencia» (*ibíd.*: 49).

El espacio intuitivo posibilita tanto la conexión de la estructura de orden que constituye el espacio formal con el espacio físico, como la implementación de convenciones métricas y, por ende, el establecimiento de las teorías físicas. La distinción entre forma necesaria y forma opcional, para la cual Carnap no ofrece más que un argumento de índole matemática relacionado con la teoría de grupos, tiene como objetivo liberarse explícitamente de una explicación trascendental de la forma topológica de la experiencia. El resultado es un camino hacia la primacía de la lógica-matemática en la constitución de una lógica del conocimiento objetivo, algo que se concretará más explícitamente en el *Aufbau*.

De este modo, queda claro que el tipo de *a priori* que Carnap defiende en *El espacio* es abiertamente constitutivo, pues el espacio intuitivo condiciona la posibilidad de la descripción del espacio físico, al menos en su forma necesaria. Sobre esta base, puede también afirmarse que su noción es más afín a la idea de «invariantes universales» de Cassirer que a la idea relativizada y convencional de Reichenbach.

La estructura de la física: *a priori* y convención

Entre su tesis doctoral y la aparición de *La construcción lógica del mundo*, Carnap publica una serie de artículos de gran importancia para nuestra historia. Estos trabajos son: «Sobre la tarea de la física y la aplicación del principio de máxima simplicidad», de 1923; «La tridimensionalidad del espacio y la causalidad», de 1924; «Sobre la dependencia de las propiedades del espacio de las del tiempo», de 1925; *La formación de conceptos físicos,* de 1926; y «Conceptos propios e impropios», de 1927.[20]

Dado los límites de nuestro trabajo, nos vamos a referir al trabajo de 1923[21] por encontrar en él elementos fundamentales para nuestro tópico.

«Sobre la tarea de la física» (en adelante *TF*) comienza con un rechazo al empirismo estricto que conviene citar en extenso:

> De acuerdo con la manera en que la cuestión concerniente a las fuentes del conocimiento físico ha sido acaloradamente debatida durante largo tiempo, tal vez hoy pueda decirse que el empirismo puro ha perdido su hegemonía. La filosofía ha pronunciado desde hace tiempo que la física no puede ser desarrollada basándose sólo en resultados experimentales, sino que también han de usarse principios no-empíricos [Carnap 1923: 1].

Como es claro en el pasaje, Carnap está rechazando la concepción empirista ingenua que sostiene que todos los principios de las teorías físicas provienen, mediante inducción, de la experiencia. En lugar de esto, afirma que la física parte de principios no-empíricos, pero éstos no deben verse a la manera tradicional, como formas del pensamiento, sino de una manera puramente convencional, aunque esto no equivale a negar, como veremos más adelante, su valor constitutivo. Según Carnap, la física comienza con ciertas estipulaciones que definen el marco general dentro del cual se desarrollarán las investigaciones ulteriores. Estas estipulaciones conciernen a tres postulados teóricos esenciales: el postulado espacial, el postulado temporal y el principio

---

20. Las referencias de estos trabajos se encuentran en la bibliografía final.

21. La versión inglesa que usaré aquí fue hecha por los miembros del seminario sobre el *Aufbau* coordinado por Thomas Ryckman en la Universidad de Berkeley. Agradezco al Dr. Richard Creath por su amabilidad en haberme enviado esta traducción.

de acción. El contenido que le sea dado a estos postulados depende de una libre elección, que descansa, en último término, en un principio pragmático general que Carnap llama «el principio de máxima simplicidad».

De acuerdo con Carnap, las investigaciones debidas a Poincaré y Dingler han mostrado la necesidad de ver a los sistemas espaciales como producto de una convención y no como verdaderos o falsos en el mundo físico. Recuérdese que Poincaré afirmó que a pesar de que la experiencia guía nuestra elección de los sistemas espaciales, nunca determina esa elección, la cual debe hacerse siguiendo criterios como el de simplicidad. Los sistemas geométricos son construidos sobre la base de un estándar básico de medida que, a su vez, puede quedar determinado como producto de una creación libre o como consecuencia de la adopción de un sistema geométrico. Este último, a su vez, tiene su origen en una libre elección o sobre la base de un estándar de medida escogido libremente. Es decir, que en cualquier caso los sistemas geométricos se erigen a partir de una convención, pues tanto pueden surgir sobre la base de un estándar de medida definido previamente, o darse como sistemas completos que entre otras cosas definen su propio estándar de medida.

En relación con la postulación de un sistema temporal, las cosas proceden de manera similar. Se fija un estándar de medida del tiempo con base en un proceso observable en el cual un evento o serie de eventos son recurrentes. Es decir, escogemos un sistema físico que exhibe un *proceso periódico*. A la opinión de que la igualdad de dos segmentos de tiempo no está sujeta a una estipulación arbitraria sino que es algo dado y empíricamente determinado, en la medida en que en la naturaleza dos procesos que se desarrollan de la misma manera son considerados idénticos, Carnap replica de la siguiente manera. Esa afirmación descansa en al menos dos condiciones que a su vez dependen del establecimiento previo de un estándar de medida temporal: en primer lugar, la posibilidad de decidir la igualdad de dos configuraciones espaciales del sistema, y en segundo lugar, al afirmar que la medida del tiempo puede establecerse según el mismo curso de procesos de un sistema, y suponer con ello que los sistemas están aislados, esto es, que ninguna fuerza actúa sobre ellos, estamos suponiendo la tercera de las presuposiciones de las teorías físicas, *i.e.*, el principio de acción y, con él, un estándar de medida temporal.

En cuanto a la tercera estipulación, el principio de acción, Carnap advierte de antemano que su aceptación como principio convencional puede ser más controversial. Dice al respecto:

> Que las medidas del espacio y el tiempo están basadas en principios no-empíricos no presenta grandes dificultades conceptuales. No obstante, que las leyes de la naturaleza no pueden ser obtenidas desde meros datos empíricos aun cuando esas medidas estén determinadas, requiere una nueva consideración de la cuestión, la cual ha sido llevada a cabo por Dingler [*ibíd.*: 3].

Para tomar el propio ejemplo de Carnap (*ibíd.*: 2), si la masa se define como el cociente de fuerza y aceleración, no podemos medir la masa sin presuponer una ley general de la fuerza. Esto se debe a que, sin tal ley, la fuerza no puede ser determinada sin conocer la masa. Carnap nos recuerda el hecho de que la masa de los cuerpos celestes está determinada, en la mecánica clásica, mediante el uso de la ley de Newton del inverso del cuadrado para la fuerza gravitacional, pero afirma claramente que cualquier otra ley podría ser usada para estos propósitos sin contradecir la experiencia. Es importante resaltar que lo que Carnap está tratando aquí es el hecho, aparentemente ignorado, de que en las leyes de la naturaleza, matemáticamente expresables, ocurren conceptos de magnitud física cuyos valores numéricos y relaciones matemáticas no pueden ser establecidos sin una ley de la fuerza convencionalmente escogida. Para Carnap, el problema no se encuentra en que las leyes de la naturaleza puedan entrar en conflicto con la experiencia futura, esto es un hecho del cual no podemos escapar, sino la cuestión más fundamental acerca de que sin tales estipulaciones convencionales esas leyes no podrían siquiera ser formuladas, pues los conceptos que allí se involucran no pueden ser determinados sobre la base de la sola experiencia.

Ahora bien, ya habíamos señalado que la elección de estos postulados con los que la física comienza no ha de hacerse con total arbitrariedad sino siguiendo la máxima pragmática de la «mayor simplicidad». Sin embargo, Carnap nos dice que esta máxima puede ser empleada o aplicada a dos aspectos diferentes de las teorías físicas. En efecto, de acuerdo con Carnap, es preciso distinguir al menos dos partes importantes en las teorías físicas, la primera tiene que ver con la construcción axiomática

de la misma, esto es, con la determinación de sus postulados generales vía una elección convencional; la segunda tiene esencialmente que ver con la aplicación de este sistema de postulados en la descripción del estado del mundo, esto es, «el orden espacial de las cosas en el mundo; el curso temporal de los procesos (sucesos) en el mundo; los números empíricamente establecidos a ser adscritos a las cosas, por ejemplo, las masas» (*ibíd.*: 3). De acuerdo con la anterior distinción, el principio de «máxima simplicidad» puede ser aplicado o bien a la primera parte de la física o bien a la segunda.

Consideremos un ejemplo simple del propio Carnap. Si consideramos la aplicación del principio de máxima simplicidad a la elección de un sistema geométrico, no hay duda alguna de que escogeremos, entre los sistemas lógicamente posibles, el sistema de Euclides. Éste será la base sobre el cual construiremos nuestro estándar de medida, esto es, nuestra noción de «cuerpo rígido» satisfará los axiomas de la geometría euclidiana. No obstante, si nuestro interés no se encuentra tanto en llenar el requisito de máxima simplicidad para la parte axiomática de las teorías, cuanto en la utilidad de esos sistemas en la descripción del mundo, entonces nos abocaremos a la aplicación de nuestra máxima a la segunda parte de la teoría física. Según Carnap, Dingler y otros convencionalistas enfatizaron el primer aspecto, la teoría de la relatividad general el segundo, y donde anteriormente se aplicó un sistema geométrico euclidiano para la descripción del espacio físico se propusieron, sobre la base de consideraciones experienciales, descripciones que involucraban el recurso a sistemas geométricos alternativos y más simples.

Pero hemos estado hablando de las teorías físicas como constando de una parte axiomática y otra de aplicación a la experiencia, sin precisar esto apropiadamente. A fin de que se aprecie mejor el sentido en que el principio de máxima simplicidad se aplica en la práctica científica, el propio Carnap imagina la situación ficticia de un sistema físico que ha alcanzado la completitud teórica. Veamos en qué consistiría tal sistema. Según Carnap, este sistema físico, que encarna una especie de «mente Laplaciana» capaz de predecir cualquier acontecimiento futuro, puede imaginarse como constituyendo tres volúmenes:

> El primero procede de manera axiomática (*more geometrico*): establece unos pocos axiomas básicos y deriva arbitrariamente de ellos, de una manera puramente lógica, diversos teoremas. Emplea fundamentalmente en la deducción sólo unos pocos o aun ningún teorema, sin los cuales el sistema completo de la física estaría en una posición deficiente para llevar a cabo esos cálculos... La totalidad del contenido de conocimiento del primer volumen descansa sólo en los axiomas [*ibíd.*: 4].

Aquí se concentran los postulados que estudiamos anteriormente, es decir, las determinaciones espacio-temporales y el principio de acción. Estos postulados se presentan, de acuerdo con Carnap, bajo la forma de proposiciones sintéticas *a priori* que condicionan la significación y el entramado lógico de las leyes naturales que serán empleadas en la descripción de la naturaleza. Sin embargo, es necesario puntualizar que, de acuerdo con la posición convencionalista de Carnap, el sentido de lo *a priori* que está manejando se aleja ligeramente de la ortodoxia kantiana en la misma dirección que lo hizo Reichenbach. Así lo expresa Carnap:

> El primer volumen contiene proposiciones sintéticas *a priori*, aunque no exactamente en el sentido crítico trascendental de Kant. Porque tal cosa significaría que ellas expresan las condiciones necesarias de los objetos de experiencia, condicionadas a través de las formas de la intuición y el pensamiento. En tal caso, sólo es dado un marco posible para el contenido de ese volumen. En la actualidad su construcción es dejada a nuestra repetida elección [*ibíd.*: 4].

Es claro por las anteriores consideraciones que Carnap está rechazando la idea kantiana de «formas puras del pensamiento» que restringen el ámbito de lo cognoscible a un único mundo de estructura newtoniana y euclidiana. Como ya Reichenbach lo había hecho en su libro de 1920, Carnap abandona el sentido de necesidad y universalidad de lo *a priori*, conservando el sentido de constitutividad del objeto de experiencia. Las presuposiciones *a priori* que están en la base de toda teoría física son producto de una libre elección basada en criterios puramente metodológicos, especialmente el de simplicidad, pues no hay criterios epistémicos que puedan aplicarse para dicha elección. Carnap

dice que es más útil caracterizar a esta parte de la física como un «sistema hipotético-deductivo» que usar la terminología kantiana,[22] haciéndose eco del sentido que este término tenía en el empleo que de él se hizo por la escuela de Peano.

El segundo volumen de la física completa contiene un tipo de diccionario que correlaciona los conceptos establecidos en los axiomas del primer volumen con el reino de lo observable.

> El segundo volumen produce la mediación entre el dominio de la percepción y el dominio que representa el objeto de las teorías físicas. Que esas dos regiones están completamente separadas una de otra puede difícilmente ser más enfatizado. La primera contiene el contenido de las sensaciones: colores, tonos, sabores, presiones, sensaciones de calor, etc., de las cuales, estrictamente hablando, no hay en general discurso alguno en la física teórica [*ibíd.*: 6].

A diferencia de Reichenbach, quien sostenía que lo dado en la sensación es algo inconexo e indeterminado y que sólo encuentra determinación en la medida en que es coordinado con una estructura de orden, Carnap parece afirmar la existencia de ciertos «datos sensoriales» (las sensaciones de color, sabor, etc.) que son conectados, mediante el diccionario del segundo volumen, con lo establecido *more geometrico* en el primero. Sin embargo, la diferencia se disuelve en la medida en que Carnap afirma que esos «datos» de los que habla no conducen a una única posible determinación física, sino que pueden ser «interpretados» conceptualmente de maneras alternativas.[23] En este contexto tiene sentido la observación de Carnap de que «Los elementos del dominio físico y sus relaciones, los procesos físicos, están determinados por el sistema de axiomas escogido» (*ibíd.*: 6).

Como es obvio, esta segunda parte de la física, la que conecta los contenidos de las sensaciones con los postulados teóricos, posee también un sentido esencialmente constitutivo, porque es sólo

---

22. A comienzos de los años treinta, Popper sostuvo una concepción del conocimiento de líneas muy similares a las expuestas aquí por Carnap. Véase especialmente «Inductivismo y deductivismo» en *Los dos problemas fundamentales de la epistemología: Basado en los manuscritos de los años 1930-33*, Madrid, Tecnos, 1978.

23. La posición de Carnap, como la de Reichenbach, recuerda la concepción de Helmholtz explicitada más arriba. Como se recordará, Helmholtz sostiene que las sensaciones son meros signos que no poseen significado o interpretación de suyo propio, hasta que son «leídos» desde algún esquema interpretativo.

a través de ella que esas sensaciones son vistas como algo determinado desde el punto de vista de una teoría física. Dado el abandono de la intuición por parte de Carnap, que en *El espacio* oficiaba como la conexión entre las estructuras formales de la lógica pura y las estructuras fenomenológicamente espaciales del mundo físico, el segundo volumen de la física completa viene a suplantar a la intuición en su función mediadora, posibilitando la coordinación del sistema axiomático con el material de las sensaciones.

El tercer volumen contiene una descripción completa del estado físico del mundo para dos puntos arbitrarios del tiempo. La determinación de esta descripción procede desde el volumen 1, obedeciendo a los contenidos del mismo, y puede ser traducido, vía el diccionario del volumen 2, al vocabulario de sensación. Así, este sistema de física completo puede decirnos qué esperar en la experiencia en cualquier punto espacio-temporal.

Ahora bien, una vez presentado el hipotético sistema de física completo, volvamos a la consideración de la aplicación del principio de «máxima simplicidad». Si uno cree que la parte más importante de la física es el primer volumen, se deberá emplear el axioma de simplicidad de manera tal de maximizar la simplicidad del sistema de axiomas del primer volumen. Si, por otro lado, se está interesado en escoger el sistema de física que posibilita la representación más simple de las cuestiones de hecho de la experiencia, uno debe tomar en cuenta también el segundo y tercer volumen de la física. Carnap argumenta a favor de la segunda opción y concede gran importancia al segundo volumen:

> Dado que la prueba de la simplicidad de los procesos físicos correspondiente a contenidos sensoriales individuales es más fácil que la prueba de la simplicidad del estado del mundo entero (que nunca es prácticamente conocido), el criterio es más útil aplicado a la segunda división, y el requerimiento se expresa como sigue. Los axiomas físicos han de ser escogidos de modo tal que los procesos físicos correlacionados con los contenidos sensoriales individuales y sus complejos sean tan simples como sea posible, y entre los sistemas de axiomas que satisfacen este requerimiento de manera equivalente, ha de escogerse el más simple [*ibíd.*: 8].

Esta segunda forma de emplear el principio de simplicidad es dirigida contra Poincaré y Dingler, porque aunque Carnap

coincide con ellos en cuanto al valor que concede a las convenciones en el teorizar físico, quiere no obstante dejar lugar a las lecciones recibidas desde la teoría de la relatividad.

De este modo, vemos que en 1923 Carnap se acerca a una concepción del conocimiento científico y de sus principios *a priori* familiar en varios aspectos a la sostenida por Reichenbach en 1920. En efecto, a diferencia de su compromiso anterior, más afín a la noción de invariantes lógicos de la experiencia de Cassirer, en este trabajo Carnap abraza una versión de lo *a priori* relativizado cuya noción epistemológica clave es la de convención, la cual, a diferencia de *El espacio*, cataloga como enunciados «sintéticos *a priori*». Lo que lo conduce a sobredimensionar el papel de las convenciones y a dotarlas de un papel constitutivo es su abandono explícito de la intuición, que como vimos jugaba un papel fundamental en su tesis doctoral. Esto conlleva que Carnap acepte una concepción de la cognición científica como «coordinación», la cual es posibilitada por un diccionario que correlaciona los términos del sistema teórico con los contenidos sensoriales. En esta nueva concepción, se proponen dos niveles constitutivos en completa colaboración: en el nivel axiomático los postulados de tiempo, espacio y acción determinan la significación y el valor lógico de las leyes que serán usadas para la descripción de la naturaleza; esto último, la descripción y/o predicción de acontecimientos en el mundo, se obtiene a partir de la coordinación, mediante un diccionario, de la estructura teórica con los datos sensoriales.

Sólo así éstos obtienen una significación y estatus objetivo, y pueden ser usados para la contrastación de las hipótesis científicas.

La construcción lógica de la realidad

En los *Primeros principios metafísicos de la ciencia de la naturaleza*, Kant hace la siguiente afirmación: «Afirmo, pues, que en toda teoría particular de la naturaleza no podrá encontrarse ciencia en sentido propio, más que en la medida en que pueda encontrarse matemática en ella» (Kant 1786/1993: 102).

Dentro del proyecto de fundamentación de la ciencia física que Kant intentó hacer, esto es, dentro de su explicación acerca del carácter objetivo y necesario del conocimiento científico, esto

venía a querer decir, en otras palabras, que allí donde hay ciencia propiamente dicha, esto es, conocimiento objetivo y necesario, las matemáticas juegan un papel fundamental. Como se estudió en este trabajo, el proyecto kantiano puede verse como una respuesta a la pregunta acerca de cómo es posible aplicar las matemáticas a la naturaleza. Su camino para responder dicha pregunta fue intrincado, y supuso la postulación de una división de las facultades cognitivas humanas en intuiciones y conceptos. Como también vimos en este trabajo, Ernst Cassirer, siguiendo los desarrollos de las ciencias formales en el siglo XIX, que probaron la utilidad de la lógica para la explicación de las matemáticas obviando así todo recurso a la intuición, pero manteniéndose fiel al espíritu del kantismo, concluyó que el origen de toda formación conceptual en el ser humano proviene de una función lógica que concuerda en sus rasgos más estructurales con la moderna noción matemática de función.

Sin los presupuestos kantianos, Bertrand Russell había intentado, en su *Our Knowledge* (1914), probar que lo que llama el *método lógico-analítico* en filosofía es adecuado «en todas las ramas de la filosofía, para producir cualquier conocimiento objetivo que sea posible obtener» (Russell 1914: 10).

En el prólogo a la 2.ª ed. de *La construcción lógica del mundo*[24] (en adelante *Aufbau*) de 1928, Carnap expresa:

> Su tesis común (la de los filósofos tradicionales) se formula muchas veces, aunque en forma simplificada, así: los sentidos proveen el material del conocer, la razón elabora el material y lo ordena en un sistema de conocimiento. Con ello se impone la tarea de hacer una síntesis del empirismo tradicional y del racionalismo tradicional.
>
> El empirismo tradicional enfatizó con razón el trabajo de los sentidos, pero no reconoció la importancia y la peculiaridad que tienen las formas lógico-matemáticas. El racionalismo sí entendió dicha importancia, pero creyó que la razón no sólo puede dar formas, sino que también puede por sí misma producir contenidos nuevos. Por la influencia de Gottlob Frege, con quien estudié en Jena, pero a quien sólo después de su muerte se le dio el reconocimiento general como un excelente lógico, y por el

24. Aquí se citará por la trad. española realizada por Laura Mues, *La construcción lógica del mundo*, México, UNAM, 1988.

> estudio de las obras de B. Russell, se me aclaró, por un lado, la fundamental importancia que tienen las matemáticas para la construcción de un sistema de conocimiento; pero, por otro lado, también se me aclaró el carácter puramente lógico-formal de las matemáticas, en el cual se basa su independencia respecto de las contingencias del mundo real [Carnap 1928/1988: X].

Aquí aparece reflejado claramente el desarrollo que va desde Kant hasta el idealismo lógico de E. Cassirer. El elemento formal del conocimiento, las viejas categorías kantianas esquematizadas vía la síntesis de la imaginación, han sufrido una transmutación esencial a través de los desarrollos en lógica y matemática, convirtiéndose en principios puramente formales pero que aún constituyen el objeto del conocimiento científico. También se advierte la conexión esencial entre el proyecto de Cassirer en *Concepto-sustancia y concepto-función* y el propio proyecto de Carnap. A este respecto, como se recordará, Cassirer fue crítico con los logicistas por no extender sus nuevos logros más allá del dominio de las matemáticas. A propósito dice Carnap:

> A mí me impresionó mucho lo que ya había logrado la nueva lógica, y así reconocí la posibilidad de aplicar fructíferamente su método al análisis y a la formación de nuevos conceptos para todos los dominios del conocimiento y para todos los conceptos de la ciencia de la realidad [*ibíd.*: XI].

Éste es el proyecto que Carnap intentará llevar adelante en el *Aufbau*, la definición, por medio de rasgos estrictamente lógico-formales, de todos los conceptos de la ciencia. De interés para nuestro trabajo es el estudio de esa estructura formal que posibilita la constitución y significación de todo concepto y, con ello, del dominio de objetos de la ciencia.

¿Qué significa «constituir» y qué constituimos?

Para comenzar, Carnap llama al proyecto que tiene entre manos «sistema de constitución».[25] Pero antes de decir

25. Coffa (1985) documenta que Carnap había considerado originalmente que el título del libro sería *Prolegomena zu einer Konstitutionstheorie der Wirklichkeit* (*Prolegómenos a una teoría de la constitución de la realidad*), y que el título de *Aufbau* fue una concesión a Schlick.

qué sea este «sistema» es necesario aclarar qué es lo que se constituye.

Como señalábamos hace un momento, Carnap, al igual que Cassirer, extiende el proyecto logicista de reducción de las matemáticas a la lógica, al ámbito de la ciencia empírica. De acuerdo con Carnap, la teoría pura de relaciones, que tiene su antecedente histórico más importante en las ideas de Leibniz acerca de la «*mathesis universalis*», ha alcanzado la completitud necesaria requerida por la teoría de la constitución. Esta teoría pura de relaciones es aplicada al «análisis de la realidad». ¿Qué se entiende aquí por «realidad»? De acuerdo con Carnap, pensadores como Mach, Avenarius, Külpe y Poincaré han desarrollado la visión de que la realidad puede ser reducida a lo dado. Recuérdese que en la posición de Poincaré explicitada en este trabajo veíamos precisamente cómo el espacio perceptivo surge de la operación intelectual de ordenar y relacionar los datos sensoriales.

De este modo, lo que cuenta como «real» equivale al contenido de nuestras vivencias básicas. Esta «realidad», definida por el contenido vivencial, es un todo indiferenciado que sólo es posible individuar mediante la introducción de operadores formales que, a través de la construcción de clases y relaciones, conformarán conceptos, que a su vez son los objetos que componen la realidad.[26] Mediante este procedimiento de análisis (o de cuasianálisis como veremos luego), se constituyen los distintos géneros de objetos que componen la realidad, que coinciden con los diferentes dominios de las ciencias particulares.

De este modo, los constituyentes de la «realidad» son, para Carnap, los «objetos», que define como: «todo aquello acerca de lo cual se puede formar una proposición. De acuerdo con esto, a los objetos no sólo pertenecen las cosas, sino también sus propiedades, conexiones, clases, relaciones, estados y procesos, así como también lo real y lo irreal» (*ibíd.*: 3).

En opinión de Carnap, hablar indistintamente de «objetos» y «conceptos» significa que no existe diferencia lógica alguna entre el que un signo refiera a un objeto o a su concepto, sino a lo sumo

26. En este punto, como en otros, las concepciones de Carnap y Reichenbach coinciden. Recuérdese que para Reichenbach, lo dado en la experiencia es un todo indiferenciado que sólo obtiene una determinación en la medida en que es coordinado con lo conceptual.

una diferencia psicológica o de representación.[27] Según su modo de ver las cosas, hablar de «constitución» de objetos es una forma de hablar que evita las disputas entre realistas e idealistas. Veamos a qué se refiere con esto. En primer lugar, conviene distinguir, tal como lo hace Carnap, entre el concepto empírico de «realidad» y el metafísico. El concepto empírico de «realidad» es el que aparece en las ciencias de la realidad, y es un concepto que posibilita distinguir un objeto empíricamente real de uno producto de la imaginación. De acuerdo con Carnap, el proceso de constitución y determinación de un objeto como «empíricamente real» tiene esencialmente dos momentos: en primer lugar, se lleva a cabo la constitución del objeto desde un nivel inferior (por un procedimiento aún no explicado), por ejemplo, en el caso de las cosas físicas su constitución como clases de puntos físicos que están situados en haces conexos de líneas-universo; un segundo momento consiste en la introducción del objeto constituido dentro del sistema total tetradimensional del mundo espacio-temporal de la física.[28] Si se cumplen estas dos condiciones, entonces el objeto considerado es «real». Si, por el contrario, no se da la segunda condición, entonces se ha constituido un objeto «irreal». Nótese que, según Carnap, no hay criterio ni externo ni sensorial que nos ayude a distinguir entre una cosa real e irreal, sino su inserción dentro de un sistema de objetos ya constituidos, esto es, dentro de un sistema conceptual. De acuerdo con lo anterior, es posible distinguir una alucinación de una percepción real sólo sobre la base de que la percepción en cuestión sea reconocida intersubjetivamente como una percepción real. Así, para decirlo en términos que serán habituales en la filosofía posterior de Carnap, toda pregunta de existencia tiene una respuesta desde un sistema de conceptos. Esto último nos conduce al segundo sentido de «realidad», el metafísico. Según Carnap, estamos en el sentido metafísico de «realidad» cuando se pregunta por la realidad de las cosas independientemente del sujeto cognoscen-

---

27. Es decir, que si en un enunciado acerca de un objeto cambiamos el nombre del objeto por su concepto no cambia el valor de verdad del enunciado en cuestión, sino su valor epistemológico.

28. Carnap sigue aquí a Minkowski, quien sostuvo que muchos aspectos desconcertantes de la teoría especial de la relatividad podían dejar de serlo si el acontecer natural se concibe, no ya como la evolución en el continuo unidimensional del tiempo de cuerpos situados en el continuo tridimensional del espacio, sino como formando él mismo un continuo de cuatro dimensiones, que llamó *el mundo* y que hoy conocemos como *espacio-tiempo*.

te. Este sentido ha conducido a la disputa entre realistas, idealistas y fenomenalistas. Parece que cada una de estas escuelas va a postular como «real» cosas enteramente distintas: el realismo sostendrá que tanto los objetos físicos como los de la psique ajena son reales, el idealismo negará la existencia de los objetos físicos y postulará la de los objetos de la psique ajena y aun los de la psique propia; finalmente, el fenomenalismo también negará la existencia de los objetos físicos, en tanto que afirmará la de los objetos de la psique propia.

Veamos entonces en qué sentido puede la «teoría de la constitución» coincidir con el realismo, el idealismo y el fenomenalismo. Debe decirse de antemano que la «teoría de la constitución» coincidirá con estas corrientes, en lo que a afirmaciones de realidad se trata, únicamente en el sentido «empírico» de realidad, esto es, en el sentido de los objetos «que ya están integrados en el sistema completo del género de objetos en cuestión» (*ibíd.*: 329).

De acuerdo con el sentido de realidad empírica, puede decirse que la teoría de la constitución, al igual que el realismo, afirma lo siguiente: *a*) es posible distinguir los objetos reales de los irreales (en el sentido de su inserción en un todo conceptual, como fue explicado con anterioridad); *b*) los objetos reales pueden ser considerados intersubjetivos en la medida en que pueden ser integrados y ordenados en los sistemas de otras personas, y en que es posible corregir y confirmar los objetos en mi propio sistema, mediante la información que me dan otras personas (véase *supra*); *c*) los objetos empírico-reales son independientes de que sean conocidos si también perduran en el tiempo en que no se dan a mis vivencias o a las de otras personas (se afirma la realidad independiente de los objetos constituidos con relación a la experiencia actual de un sujeto potencial); *d*) una vez constituidos, puedo afirmar la independencia de los objetos empírico-reales si una vivencia con el deseo de cambiarlos no tiene como consecuencia un cambio en el comportamiento del objeto, salvo que se trate de una interacción física; *e*) los objetos empírico-reales siguen regularidades según leyes y pueden predecirse. Con relación al idealismo, Carnap señala su concordancia con tres de sus formas; a saber, el idealismo subjetivo, el solipsismo, y el idealismo trascendental. Con el primero coincide en la asunción acerca de la reducción de las proposiciones sobre objetos en proposiciones sobre estructu-

ras de lo dado. Con el segundo, la postulación de que lo dado son *mis* vivencias. Con el tercero, en tanto, la teoría de la constitución «concuerda en la concepción de que todos los objetos del conocimiento son constituidos (dicho en el lenguaje del idealismo: "son generados en el pensar")» (*ibíd.*: 330). En cuanto al fenomenalismo, aparte de su rechazo de la aseveración de la realidad de las «cosas en sí», Carnap acepta su tesis principal acerca de la existencia de lo real fuera de la psique propia.

De este modo, la teoría de la constitución parte de lo dado en las vivencias, reduce lo anterior a proposiciones acerca de conexiones entre estructuras de lo dado, y sólo después surgen objetos de conocimiento propiamente dichos. Estos objetos son empíricamente reales en la medida en que son introducidos y evaluados a la luz de un sistema, y poseen los atributos que el realismo les asigna. Así, «concepto» y «objeto» son intercambiables para la teoría de la constitución, y en esta asunción Carnap no demuestra ninguna de las inquietudes que Coffa afirma que son comunes entre los miembros de la tradición semántica cuando se trata de hablar de «constitución de *objetos*».

Volvamos entonces al «sistema de constitución». De antemano Carnap nos advierte que el propósito del sistema de constitución no es una mera clasificación de los conceptos en géneros y clases diferentes, antes bien su meta es, precisamente, «constituir» o conformar todos y cada uno de los conceptos de la ciencia desde ciertos elementos básicos. Esto es, su tarea es establecer la naturaleza de cada concepto que pertenece a la red cognitiva que llamamos «ciencia», a partir de conceptos básicos. A su vez, este sentido de «constitución» se encuentra emparentado con la idea de «reducción». Según Carnap, «se dice de un objeto que es "reducible" a uno o más objetos si todas las proposiciones acerca de él pueden ser transformadas en proposiciones acerca de otros objetos» (*ibíd.*: 4). El concepto de «transformación» sirve aquí para dar un sentido intuitivo de lo que se busca. La idea de «reducción» consiste en encontrar una regla general que indique la manera en la cual una proposición acerca de un objeto *a* puede ser traducida a una proposición acerca de *b, c*. Más adelante, en la sección 35, se da una caracterización más precisa de estas nociones. No obstante, para una comprensión cabal de estas precisiones es necesario aclarar algunas nociones previas.

Según una distinción establecida por Frege, los signos del lenguaje pueden ser divididos en dos clases: los que tienen referencia sólo con relación a otros signos, y los que por sí mismos tienen una referencia independiente. Desde un estricto punto de vista, afirma Frege, sólo las expresiones completas, esto es, los signos combinados en proposiciones, tienen referencia. Sin embargo, observa Carnap, es necesario distinguir entre aquellos signos que no conforman en sí mismos una proposición, sino que aparecen en la ciencia como signos parciales de una proposición, y el resto de los otros signos parciales de las proposiciones. A los primeros corresponden los «nombres propios», es decir, los signos que denominan un objeto individual concreto y tienen una referencia relativamente independiente. A éstos se contraponen los llamados «signos incompletos» o «signos insaturados», de los que hablamos brevemente en la sección anterior. Como dijimos, si en un enunciado eliminamos uno o más nombres de objetos, decimos que el signo incompleto restante designa una función proposicional. Así, por ejemplo, si al enunciado «Chihuahua está al norte de México» le quitamos los nombres propios, obtenemos la función proposicional «... está al norte de...» cuyos lugares vacíos pueden ser ocupados por una variedad de argumentos, siempre y cuando éstos sean «permisibles», esto es, que den sentido a la proposición resultante. Las funciones proposicionales con un solo lugar de argumento son llamadas «propiedades», mientras aquellas que tienen más de un lugar de argumento son llamadas «relaciones». De esto se sigue que toda función proposicional representa un concepto, ya sea éste una propiedad o una relación. Asimismo, se dice que dos funciones proposicionales tienen la misma *extensión* o son *coextensivas* si cada uno de los objetos que satisface a una satisface también a la otra. Estos preliminares son suficientes para explicitar la definición exacta de «reducibilidad» y «constitución» aclaradas sólo informalmente antes. De acuerdo con Carnap, si para una función proposicional en la que aparecen los signos «a», «b», «c», existe otra función proposicional coextensiva con la anterior pero en la que aparecen sólo los signos «b», «c», entonces decimos que la primera función proposicional es reducible a la segunda. Puesto en términos de «traducción» de enunciados, decimos que un objeto puede ser reducido a otros si todas las proposiciones acerca de él pueden ser traducidas a proposicio-

nes que ya sólo hablan acerca de los otros objetos. Esta noción de «reducibilidad» se encuentra íntimamente relacionada con la de «constitución». «Constituir» un concepto a partir de otros «significa dar una "definición constitucional" sobre la base de otros conceptos» (*ibíd.*: 64). Una «definición constitucional» es una regla de traducción que indica cómo una función proposicional en la que aparece un signo «a» puede ser transformada en una función proposicional coextensiva, en la que ya no aparece aquel signo sino solamente «b» y «c». Nótese que la «definición constitucional» es más precisa que la simple reducibilidad, dado que la primera especifica mediante una definición (una definición explícita) qué expresiones en las que aparecen «b» y «c» sustituirán a una expresión en la que aparece sólo «a». Este procedimiento definicional puede hacerse de dos maneras diferentes: el caso más sencillo procede desde el signo básico y los otros signos ya conocidos, y elabora un signo compuesto que siempre puede ser colocado en el lugar del signo del nuevo objeto, si éste ha de ser eliminado. Por ejemplo, si se conocen el número 1 y la operación +, entonces los números siguientes pueden ser definidos explícitamente así: «2 =df 1 + 1», «3 =df 2 + 1», etc., donde =df debe leerse como «debe ser igual por definición». El segundo procedimiento se presenta si no es posible dar una definición explícita de un objeto con base en otros objetos conocidos, y consiste en una definición operacional. En este caso, lo que hacemos es «introducir» un nuevo signo antes que explicarlo en relación con otros. La definición operacional se aplica a funciones proposicionales de modo que se garantice la aplicación a todos los enunciados que tengan una forma proposicional determinada. Consiste en contraponer las designaciones de dos funciones proposicionales, de las cuales una contiene el nuevo nombre del objeto, la otra sólo los nombres de los objetos ya constituidos, y en ambas deben presentarse las mismas variables; con ello, la segunda expresión debe ser propuesta como traducción de la primera. Por ejemplo, se dan por conocidos los conceptos de número natural y de multiplicación, y se pretende definir el concepto de *número primo*. Dado que la expresión «número primo» no es una expresión designativa, debe definirse operacionalmente indicando la referencia que debe tener una proposición de la forma «*a* es un número primo», en la cual *a* es un número. Esta referencia debe ser indicada introduciendo una

función proposicional que se refiera a lo mismo que la función «*x* es un número primo», que contenga solamente signos conocidos; o sea, que pueda servir como regla de traducción para las proposiciones de la forma «*n* es un número primo». La forma de esta definición sería: «*x* es un número primo» =df «*x* es un número natural; *x* tiene tan sólo 1 y *x* como divisores».

Como se aprecia con claridad en los ejemplos mencionados, a través de una definición explícita no se asciende a un nuevo nivel de constitución, pues el objeto constituido tiene parentesco de esfera[29] con algunos de los objetos previamente constituidos. El caso de la definición operacional es más interesante porque posibilita el paso a un nuevo nivel de constitución. En efecto, de acuerdo con lo anteriormente explicitado, mediante una definición operacional se indica que una función proposicional, que es expresada con ayuda de un nuevo signo, se refiere a lo mismo que una función proposicional que es expresada sólo con los signos anteriores. Por «se refiere a lo mismo» se indica que dichas funciones proposicionales son coextensivas, es decir, son satisfechas por los mismos objetos. Dado esto, puede decirse que en la definición operacional podemos colocar en el lugar de la segunda función proposicional cualquier otra función que sea coextensiva con ella. Así, la función proposicional expresada con el nuevo signo pertenece a la clase de todas las funciones que son coextensivas con ella. De esto se sigue, de acuerdo con Carnap, que lo que surge mediante una definición operacional es o bien una clase o bien una relación, ya se trate de que la función proposicional tenga un lugar de argumento o varios.

Ahora bien, hemos estado aclarando cuestiones acerca de la naturaleza y forma del sistema de constitución. Ya sabemos, *grosso modo*, qué significa «constituir», qué es lo que se constituye, y cómo se constituye. Ahora es tiempo de introducirnos en el problema de la forma de las proposiciones de la ciencia. Aquí, por supuesto, la noción clave es la de «estructura», y de ella nos ocuparemos en la siguiente sección.

---

29. Dos objetos tienen parentesco de esfera si hay un lugar de argumento en una función proposicional en la cual los dos nombres de objetos son argumentos permisibles.

Estructura y objetividad

Jöelle Proust ha definido la tesis del estructuralismo en el *Aufbau* como «... no sólo una proposición de la teoría del conocimiento; es una tesis "arquitectónica" que define tanto el *objeto* de la ciencia como su *desarrollo* mientras que funda simultáneamente la objetividad del sistema» (Proust 1989: 179). Esto es, la tesis del estructuralismo posibilita no sólo la constitución de todo el reino de los objetos de la ciencia, sino también la unidad de este dominio y, lo que es más fundamental, su objetividad.

El primer asunto que surge respecto a los anteriores propósitos de la tesis estructuralista y que Carnap advierte de inmediato es: «cómo es posible establecer un sistema formal de constitución, el cual, a pesar de ser formal, contiene todos los objetos (en principio, aunque no de hecho)» (Carnap 1928/1988: 17). Es decir, cómo es posible sobre la base de definiciones puramente lógico-estructurales constituir un dominio de objetos, o para ponerlo en términos más crudos, cómo es posible que la lógica formal pueda oficiar como herramienta constitutiva de los objetos. Este asunto, crucial para la presente investigación, me ocupará más adelante, mientras tanto permítaseme seguir a Carnap en la elucidación de la noción de estructura.

Carnap comienza por distinguir dos modos en los cuales es posible hacer una descripción de un objeto; a saber, una descripción de propiedades y una descripción de relaciones. La primera consiste en especificar qué propiedades se le atribuyen a los objetos particulares de un dominio. La segunda señala las relaciones que existen entre los objetos, sin atender a los objetos particulares aislados. Según Carnap, aunque es posible ir de un tipo a otro de descripción, y en cierta forma ambos son genuinos modos de describir los objetos, en su opinión, los estadios más avanzados de la ciencia excluyen las descripciones del primer tipo, mientras que intentan acercarse lo más posible al ideal de una teoría pura de relaciones. Aquí ya se advierte el símil con la concepción de Cassirer desarrollada en el capítulo anterior. Como se recordará, según Cassirer, el método tradicional de formación de conceptos por abstracción de propiedades de las cosas se ha demostrado como esencialmente problemático y falso en sus raíces. En su lugar, Cassirer articula un procedimiento de formación de conceptos que es fundamentalmente relacional en la

medida en que concatena en una serie de similares los miembros de la extensión de un concepto. De la misma manera, Carnap parte de una primacía de las relaciones frente a las propiedades, pero su método descriptivo no consiste en la mera enumeración de las distintas relaciones, antes bien lo que le interesa de las relaciones son sus propiedades meramente estructurales, esto es, aquello que puede decirse de una relación haciendo abstracción no sólo de las propiedades particulares de los términos del dominio, sino también de la relación misma. De esto se sigue que una relación puede compartir las propiedades estructurales con otra y sus dominios de objetos ser de naturaleza totalmente diferente. En este caso se dice que las relaciones tienen la misma estructura o son isomórficas.[30] Así, por ejemplo, las relaciones de amistad y de misma edad son ambas simétricas y, por lo tanto, a pesar de que hablan acerca de cosas diferentes, comparten su propiedad estructural.

De acuerdo con Carnap, todas las proposiciones de la ciencia se refieren, en última instancia, a las propiedades estructurales de las relaciones que definen sus objetos. Pero a esto puede surgir de inmediato un problema del cual el propio Carnap es consciente; a saber, que es aceptable que ciencias como las matemáticas formulen proposiciones únicamente acerca de estructuras, pero no es tan claro cómo las llamadas «ciencias de la realidad» pueden hacer abstracción de sus contenidos, pues éstas deben de ser capaces de dar criterios para diferenciar las diversas entidades de las que se ocupan. Esto es, se trata de que las proposiciones que las ciencias formulan sirvan como criterios de individuación de los fenómenos particulares, pero *prima facie* mediante una descripción puramente estructural no podemos hacer tal cosa.

El reto es, pues, proporcionar un sistema de descripción de objetos que, haciendo abstracción de las determinaciones ostensivas individuales, sea capaz, por medio de una descripción puramente estructural, de individuar los objetos de un dominio. En otras palabras, el desafío está en mostrar cómo una descripción de estructuras, la cual forma «el nivel más elevado de for-

30. Como se recordará, ésta es una de las características más importantes del «espacio formal» que Carnap define en *Der Raum*. Asimismo, la idea es deudora del «principio de dualidad» de la geometría proyectiva, desarrollado por Poncelet, Gergonne, Chasles, Plücker y otros.

malización y abstracción» (*ibíd.*: 22), puede ser descriptiva de los objetos fenoménicos.

Quizás sea útil, antes de considerar el ejemplo de Carnap de una «caracterización pura de una estructura», atender a las observaciones que hace respecto de las diferencias de este método con el método de las definiciones implícitas defendido por Schlick. Como se mencionó antes, Schlick, siguiendo a Hilbert, sostiene que en su búsqueda de mayor precisión en la determinación de los hechos de la realidad la ciencia se eleva por encima del uso de imágenes propio de la cognición ordinaria, y establece redes conceptuales que define implícitamente mediante un sistema de axiomas. Como también se apuntó antes, esta propuesta, en cuanto aplicada a los conceptos de la ciencia natural, adolece de un serio inconveniente; a saber, que los conceptos de la ciencia natural no pueden ser definidos simplemente por el hecho de que satisfacen este o aquel sistema consistente. Uno y el mismo sistema de axiomas puede, por ejemplo, proporcionar las características estructurales de una red ferroviaria o de una red telefónica. De lo que carece un sistema de tal tipo es de la conexión con la realidad empírica. Por el contrario, la propuesta de Carnap no sólo intenta explicar la búsqueda de precisión por parte de la ciencia, sino también la objetividad de la misma, es decir, el que sea capaz de aplicar sus estructuras conceptuales a la realidad empírica. Para ello opone una concepción logicista a la puramente formalista de Schlick. En efecto, de acuerdo con la diferencia general entre logicismo y formalismo, lo que Carnap busca es un tipo de sistema formal que, siendo formal, sea igualmente capaz de suministrar definiciones explícitas de los conceptos involucrados. El punto central de la crítica de Carnap al formalismo de Schlick es el siguiente:

> Las proposiciones que después se forman como definiciones implícitas de un objeto resultan de la deducción a partir de los axiomas, o sea que también resultan de un proceso puramente lógico. Visto con mayor precisión, no es un objeto (o concepto) determinado el que se define implícitamente mediante un axioma, sino una clase de objetos o, si se quiere, un objeto «indeterminado» o un concepto «inauténtico» [*ibíd.*: 28].

Esta terminología está tomada de un ensayo anterior al *Aufbau* titulado precisamente «Eigentliche und uneigentliche Begriffe»

(«Conceptos propios e impropios»), de 1927. De acuerdo con Carnap en este ensayo, los *conceptos propios* son aquellos definidos dentro de un sistema constitucional, mientras que los *impropios* son aquellos definidos por un sistema de definiciones implícitas. Entre los primeros cabe distinguir los conceptos formales y los empíricos, siendo los primeros los conceptos de la lógica y las matemáticas y los segundos los conceptos de objetos reales. Los segundos, en tanto, son conceptos puramente formales como los que se siguen de los axiomas de Hilbert para la geometría euclidiana. Como se expresa en el pasaje citado, el problema más fundamental que Carnap ve en los sistemas de definiciones implícitas es que esas definiciones no determinan *un* objeto sino una clase de ellos y, por lo tanto, no proporcionan ninguna información empírica.

Lo que Carnap necesita, por otro lado, es un método de definición que sea formalmente suficiente para constituir paso a paso el edificio completo de los objetos científicos, pero que sea superior a la definición implícita en la medida en que mantenga conexión entre los conceptos definidos y la realidad empírica, o, más precisamente, que dé lugar a un conocimiento sintético. Este método es el de las *descripciones definidas puramente estructurales*. Una descripción tal distingue un objeto unívocamente sobre la base de los rasgos estructurales de las relaciones en las cuales se encuentra con otros objetos en un dominio.

Consideremos un ejemplo simplificado del que Carnap propone en la sección 14. Supongamos la red de metro de la Ciudad de México. La tarea consiste en identificar una estación determinada valiéndonos de las relaciones entre todas las estaciones. La relación importante para la construcción (R) es la relación «siguiente», y el rasgo de la estructura de R que posibilita la formación de la descripción definida puramente estructural es la existencia de estaciones con diferentes números de vecinos. Lo más sencillo para comenzar nuestra descripción es identificar una estación que se distinga de las demás por su número de vecinos. En nuestra red de metro la estación que tiene más número de vecinos es la que tiene exactamente cuatro y la llamaremos por su verdadero nombre: «Pantitlán». Ahora definamos, valiéndonos de la caracterización de «Pantitlán», algunas otras estaciones importantes: «Aragón» se encuentra a cuatro estaciones de «Pantitlán»; «Peñón viejo» a cinco; «Centro médico» a ocho y «Moctezuma» también a cinco. Si ahora quiero explicarle a al-

guien dónde se encuentra la estación «Eugenia», puedo hacerlo de la siguiente manera: hay una y sólo una estación con exactamente dos *R* vecinos, uno de los cuales se encuentra en la relación *R* con una estación que a su vez está en la relación *R* con «Centro médico», la cual está definida por encontrarse a ocho estaciones de «Pantitlán». De la misma forma, puedo definir mediante una descripción puramente relacional cualquier otra estación de la red del metro.

De acuerdo con Carnap, si la relación escogida no tiene las características estructurales necesarias para especificar los objetos individuales en su dominio, éste no es el fin de la cuestión. En tales casos, aconseja aumentar el número de relaciones hasta dar con la descripción puramente estructural. Se puede apelar a relaciones geográficas o a otras relaciones entre las estaciones, por ejemplo, a las características físicas que diferencian una estación de la otra y aun a las relaciones históricas entre ellas, esto es, a las fechas en que fueron construidas. Y si aun así no logramos caracterizar la estación en cuestión, es decir, si encontramos que la caracterización se ajusta a más de una estación, entonces dichas estaciones son indiferenciables, al menos desde un punto de vista objetivo. Esto quiere decir que el éxito de este método no puede ser garantizado *a priori*, pero es una presuposición necesaria de la posibilidad de una ciencia racional y puramente intersubjetiva. En todo caso, el problema de las coincidencias entre las estructuras de las relaciones queda solucionado a través del énfasis de Carnap de que tales relaciones estructuralmente idénticas pueden ser distinguidas por su lugar específico dentro de la «red» total de relaciones. Es por esta razón que es tan importante para Carnap la tesis de la unidad del dominio de objetos de la ciencia defendida tempranamente en el numeral 4. Sólo si todos los conceptos son parte de un único sistema interconectado de conceptos, podemos esperar hacer lo que la nueva concepción de la objetividad científica de Carnap debe hacer: discriminar todos los conceptos sobre la base de sus propiedades puramente formales o estructurales. Ésta es la meta de la investigación científica pura, obtener una descripción del mundo en términos puramente formales, esto es, objetivos.

La meta consiste, como ya había afirmado Cassirer siguiendo a Einstein, en lograr una desubjetivación de las descripciones del mundo, elevándose por encima de los contenidos particula-

res hacia formas o estructuras intersubjetivamente válidas. Este propósito, de clara raigambre kantiana, difiere, como es también claro, de la posición original de Kant en que la noción de forma o estructura en cuestión es puramente lógica, entendida solamente en términos de la lógica formal. Para Kant, la lógica formal es totalmente inadecuada para la constitución de la objetividad, la cual necesitamos complementar con una lógica trascendental que hace referencia esencial a la intuición: las intuiciones puras de espacio y tiempo. Ahora, en el contexto de una concepción mucho más poderosa de la lógica formal heredada de Frege y Russell, Carnap encuentra innecesaria la apelación a las formas de la intuición, y espacio y tiempo ya no tienen estatus especial alguno. Sin embargo, la raíz más profunda de la aplicación de la lógica formal con propósitos constitutivos por parte de Carnap proviene de la obra de Cassirer.

En efecto, como veremos dentro de un momento, al introducir el componente formal básico desde el cual erigir el sistema de conceptos Carnap reconoce el legado de Cassirer:

> Cassirer ha demostrado que una ciencia, cuyo objetivo es determinar lo individual por medio de un conjunto completo de leyes, sin que aquello pierda su individualidad, debe usar no conceptos de clase («de especie»), sino *conceptos de relación*, ya que éstos permiten formar series, y con ellas se pueden establecer sistemas ordenatorios. ... El mérito de haber descubierto la base necesaria del sistema de constitución lo tienen dos tendencias filosóficas completamente diferentes y muchas veces hostiles entre sí. El *positivismo* ha acentuado que el único *material* del conocimiento es lo *dado* a las vivencias, lo no elaborado; en lo dado hay que buscar los elementos básicos del sistema de constitución. Sin embargo, el *idealismo trascendental*, especialmente el de tendencia neokantiana (Rickert, Cassirer, Bauch), ha subrayado con razón que esos elementos no son suficientes y que es necesario añadirles *postulados ordenatorios*, es decir, nuestras «relaciones básicas» [*ibíd.*: 143].

En efecto, como recordamos de nuestra exposición anterior, Cassirer afronta el problema de cómo la ciencia, que es esencialmente abstracta, puede tratar adecuadamente con la realidad de la experiencia, que es esencialmente concreta. De acuerdo con Cassirer, el problema sólo se plantea bajo la presuposición equi-

vocada de interpretar la generalidad de la ciencia en términos de la generalidad del concepto de *genus* de la lógica tradicional. En cambio, para Cassirer, el rasgo peculiar de los conceptos científicos radica en su función de ordenar lo dado en secuencias y localizar su posición fija dentro de esta secuencia. Desde este punto de vista, no surge ningún «vacío lógico» entre lo general y lo particular, ya que es la tarea misma del concepto general hacer posible y exhibir la conexión y el orden de lo particular. Por lo tanto, el proceso de ordenar lo particular de esta manera no destruye su particularidad, sino que conduce a su desmaterialización, ya que reemplaza las determinaciones de lo particular a través de un complejo de atributos perceptivos por su determinación a través de un complejo de relaciones no-perceptivos; y en este proceso de «idealización» la determinación completa de lo particular a través de un complejo de relaciones funciona como una idea regulativa que fija la dirección de la cognición como un punto infinitamente distante.

La versión de Cassirer de la posición clave del idealismo de la escuela de Marburgo de que todo el contenido del pensamiento debe ser en sí mismo un producto del pensamiento encuentra su paralelo en la insistencia de Carnap de la primacía de la forma sobre el contenido. Veamos esta cuestión con detalle. Carnap comienza por afirmar la primacía de las relaciones básicas sobre los elementos básicos. La razón de ello estriba en que sólo comenzando desde esas relaciones básicas es posible construir los diferentes ámbitos de objetos que constituyen el dominio total de la ciencia, pues, como afirmamos más arriba, todos los niveles de objetos de la ciencia son o bien clases o bien relaciones de los objetos de niveles inferiores. De acuerdo con Carnap, es posible escoger como elementos y relaciones básicas del sistema de constitución entre una base constituida por objetos físicos y sus relaciones, o bien una constituida por objetos psíquicos y sus relaciones. A su vez, si optamos por esta segunda forma, es posible comenzar la constitución desde objetos psíquicos generales o privados.

Es necesario aclarar que, en opinión de Carnap, es independiente del orden lógico de la teoría de la constitución el que se escoja una u otra base para el sistema. Es decir, podemos igualmente bien comenzar desde una u otra base y reconstruir el orden lógico de los conceptos. No así si lo que nos interesa es el

orden epistemológico de los mismos.[31] De acuerdo con Carnap, a la teoría de la constitución le interesa presentar «... no sólo el orden lógico-constitucional de los objetos, sino además su orden epistemológico» (*ibíd.*: 116). A esto último lo llama Carnap la tesis de la «primacía epistemológica». En la sección 54 Carnap explica: «Un objeto (o un género de objetos) se llama "epistemológicamente primario" respecto a otro, llamado "epistemológicamente secundario", si el segundo es conocido por mediación del primero, por lo cual el conocimiento del segundo presupone el conocimiento del primero» (*ibíd.*: 100).

En su búsqueda de una justificación y fundamentación de los conocimientos tenidos por válidos, la epistemología trata de encontrar un tipo de conocimiento sobre el cual fundar la validez de esos otros. Así, la labor de justificación se encuentra relacionada con un tipo de actividad de «reducción» de unos conocimientos a otros. Es importante distinguir con cuidado la diferencia entre este tipo de análisis y el análisis propiamente lógico al que se hacía referencia. Para ello pueden ser útiles las reflexiones que Carnap hace en otro de sus trabajos de esta época, *Pseudoproblemas en la filosofía. La psique ajena y la controversia sobre el realismo* (1928/1990).

La diferencia fundamental entre el análisis epistemológico y el lógico es que, aunque este último también nos enseña la derivación de la validez de determinados postulados a partir de otros, en este tipo de derivación sólo se lleva a cabo una mera reorganización de los conceptos. Es decir, exhibiendo las derivaciones estrictamente lógicas entre un enunciado y otro, se nos muestra el modo en que los conceptos que componen el enunciado derivado ya están supuestos en los enunciados desde los cuales se derivan. El centro del análisis epistemológico, o de la derivación epistemológica, en cambio, es que en el contenido epistemológico de los enunciados a analizar hay un concepto que no aparece en los presupuestos. Es decir, que el reto del análisis epistemoló-

---

31. Friedman (1999), Richardson (1998) y otros ha insistido con razón en que la motivación básica de la teoría de la constitución es precisamente dar las directrices más generales o una teoría acerca del modo de erigir sistemas conceptuales. No obstante, si viéramos únicamente este aspecto, perderíamos las cosas que Carnap tiene que decirnos desde el punto de vista de la constitución de un sistema empírico de conocimiento, y con ello la importancia epistemológica del *Aufbau*. Dado que nuestro trabajo se interesa en los aspectos epistemológicos de la noción de *a priori*, daremos más relevancia a la tesis de la «primacía epistemológica» que lo que usualmente se ha hecho.

gico consiste en dar cuenta de la naturaleza y validez del contenido cognoscitivo de todos los conceptos desde niveles inferiores, donde dichos conceptos no se encuentran de una manera explícita. Entonces, según el propósito de presentar tanto el orden lógico como el epistemológico de los objetos, se comienza por los objetos de la psique propia, los cuales al ser sometidos a un proceso formal redundarán en los diferentes géneros de objetos que componen el dominio de la ciencia.

La asunción de esta base en lo psíquico privado o base «solipsista», como también la llama, puede conducir a por lo menos dos malentendidos que Carnap se encarga de discutir de inmediato; a saber, primero, el que se vea en ello un compromiso con el supuesto básico del solipsismo, que afirma que sólo las vivencias de un sujeto son reales, negando dicha realidad a las de otros sujetos; y en segundo lugar, el peligro de la pérdida de objetividad si se elige como base del sistema a la psique propia.

En cuanto al primer punto, Carnap sostiene que debe hacerse abstracción de toda afirmación de realidad o no-realidad de dichas vivencias,[32] pues al momento del darse efectivo de las mismas no se poseen los diferentes géneros de objetos que se constituirán posteriormente y que servirán como medios de determinación de los contenidos de esas vivencias. Por esta razón, es preferible hablar de la «corriente de vivencias», lo que evita hacer referencia no sólo a los elementos que las constituyen sino también al posible sujeto de esas vivencias, porque aun los conceptos de «psique» y «mía» surgirán en un nivel de constitución posterior. Es decir, según el orden de la constitución de los objetos que Carnap propondrá, solamente tiene sentido hablar de la «psique propia» una vez que se han constituido el dominio de lo físico y el dominio del «tú». En opinión de Carnap, la relación que las vivencias tienen con el yo no constituye una propiedad de lo dado en dichas vivencias. Es decir, en lo dado no es posible distinguir el componente subjetivo del objetivo, es más, de acuerdo con Carnap, la dicotomía sujeto-objeto en el nivel de las vivencias elementales debe ser abandonada por no ser más que

32. En este punto, nuevamente Carnap reconoce su deuda con Husserl al sostener que «no haremos nuestros los postulados de realidad o de no-realidad que se encuentran en ellas, sino que los pondremos "entre paréntesis"; es decir, que nosotros practicaremos la "abstención" fenomenológica en el sentido de Husserl» (*ibíd.*: 117).

una reificación que surge del uso de la forma sujeto-predicado de las oraciones.[33] Asimismo, Carnap argumenta que esta relación de las vivencias con el yo parece más obvia en algunos sentidos que en otros, lo que hace dudar de su carácter constitutivo esencial. Por ejemplo, las percepciones visuales, con su dependencia del orden espacial y con ello la conciencia de las distancias, parecen hablar a favor de la dicotomía sujeto-objeto. Sin embargo, insiste Carnap, en los ciegos, donde el sentido del tacto está más desarrollado, no se genera el dualismo sujeto-objeto, exhibiendo una unidad mayor en el nivel de lo dado. De esta manera, las vivencias de todos los dominios de los sentidos son vivencias elementales simples e indivisas, y el dualismo sujeto-objeto surge posteriormente a la constitución del orden espacial de las impresiones visuales.

En cuanto al problema de la pérdida de objetividad si se elige como base del sistema a la psique propia, Carnap se mueve en la siguiente dirección. En su opinión, el requisito de «objetividad» del conocimiento puede ser entendido en dos sentidos: en primer lugar, «puede ser entendido en el sentido de que el juicio, *al contrario del capricho,* no es arbitrario, es decir, que pertenece al sentido de todo juicio expresar un conocimiento que no depende de mi voluntad» (*ibíd.*: 123); en segundo lugar, la objetividad se refiere también a la «independencia del conocimiento respecto del sujeto que juzga y a su validez para otros sujetos» (*ibíd.*: 123), esto es, a la intersubjetividad. Carnap no aclara demasiado el sentido de lo que entiende por «objetividad» en el primer caso, pero parece hacer referencia a una especie de necesidad inherente al juzgar, que nos impele a presentar los hechos conforme a una regla que no depende de la voluntad particular del sujeto que juzga. Así, Carnap parece seguir a Kant en esto, aunque debe decirse que la necesidad en la que Carnap piensa no es una necesidad trascendental, sino la que se funda en la validez de la lógica de *Principia Mathematica*. En relación con el segundo de los sentidos de «objetividad» que Carnap menciona, la intersubjetividad, lo fundamenta echando mano de la noción de estructura.

---

33. En este punto Carnap sigue a Nietzsche, de quien cita en la bibliografía al final de la sección: «El que, cuando se piensa, deba haber algo que piensa, es sencillamente un modo de expresarse que resulta de nuestra costumbre de usar la gramática, la cual postula la existencia de un actor para una acción» (*Der Wille zur Macht*).

En efecto, en su opinión, aunque la corriente de vivencias es diferente en cada sujeto, la cual depende, claro está, de la situación y perspectiva particular, lo que hace imposible cualquier comparación, «ciertas propiedades de las estructuras rigen en todas las corrientes de vivencias» (*ibíd.*: 123), esto es, todas las vivencias se encuentran dominadas por ciertas relaciones entre sus elementos, relaciones que constituyen una cierta estructura ordenada que es común a todos los sujetos.

Sólo si reconocemos esto como una necesidad inherente a nuestra propia constitución cognitiva, entonces podemos dar cuenta de la totalidad de los objetos de la ciencia intersubjetiva, los cuales están constituidos esencialmente como formas, esto es, como meras estructuras relacionales sin contenido alguno. Como ya lo había expresado tempranamente en el numeral 12, «... la descripción de estructuras, ... forma el nivel más elevado de formalización y de abstracción» (*ibíd.*: 22) y, por lo tanto, por su completo distanciamiento de todo contenido, también el nivel más elevado de objetivación.

Ahora bien, después de haber escogido como base el dominio de la psique propia, o sea, los procesos de la conciencia o las vivencias del yo, queda por decidir cuáles entidades de este dominio han de servirnos como elementos básicos. Carnap sugiere que tales elementos podrían consistir en alguna versión de los *sense data* u otros componentes que resulten de un análisis psicológico o fenomenológico de las vivencias; sin embargo, rechaza tal posibilidad por considerar a tales elementos como algo que no es lo dado mismo, sino a lo sumo «abstracciones de lo dado», esto es, elementos que se identifican como resultado de un proceso de análisis posterior. Si seguimos consecuentemente la tesis de la primacía epistemológica, debemos considerar que lo dado son «*las vivencias mismas en su totalidad y en su globalidad*» (*ibíd.*: 125, las cursivas son de Carnap). Y llama a esas vivencias globales «vivencias elementales» (*Elementarerlebnisse*). En su apoyo cita tanto evidencia científica como filosófica, siendo la primera la que le suministra la psicología de la Gestalt, mientras que la última se refiere en última instancia a Kant.[34] En efecto, en la 1.ª ed. de la *CRP* Kant dice: «Este acto lo llamo *síntesis de aprehensión* por referirse precisamente a una intuición

34. Carnap no se refiere directamente a Kant sino a Reininger, quien sí lo cita directamente.

que ofrece, efectivamente, una variedad, pero una variedad contenida, como tal, *en una representación* y que jamás puede producirse sin la intervención de una síntesis» (las cursivas son de Kant).

De acuerdo con Kant, el conocimiento consiste en un todo de representaciones que se comparan y se combinan entre sí, y esto es posible sólo si existe una concatenación de las representaciones para formar una unidad. La sensibilidad contiene en su intuición una multiplicidad sometida a una síntesis, síntesis de la cual es responsable la facultad de espontaneidad, es decir, el entendimiento. Así, en el nivel de lo dado tenemos siempre una experiencia global, una unidad posibilitada por la función sintética del entendimiento, y toda diferenciación de los elementos de esa unidad es una abstracción hecha por mor del análisis.

De igual manera, para Carnap «Lo "dado" nunca está presente en la conciencia como mero material no elaborado, sino siempre ya en conexiones y estructuras más o menos complejas» (*ibíd.*: 186), esto es, no existe algo como un material neutro del conocimiento, algo en la conciencia a lo que luego se aplican las funciones de síntesis. Las representaciones surgen como un proceso inmediato, como algo para lo cual no hay un mecanismo expreso y por así decirlo «consciente», esto es, como algo que dependa de un tipo de pensar expreso. Carnap ejemplifica el punto como sigue: «El botánico, al percibir una *planta* individual, lleva a cabo la formación del objeto, sin que conscientemente mediante el pensar activo la determine como cosa física, y generalmente, también de manera intuitiva, reconoce en esta cosa una planta de tal y tal especie» (*ibíd.*: 187). Por «intuitivo» Carnap entiende aquí «inmediato», es decir, aquello en lo cual no interviene un mecanismo inferencial expreso, es decir, no veo la planta y luego expresamente la pienso como de tal y tal especie, sino que en el verla en cuanto tal, la veo como planta y como perteneciendo a tal y tal especie.[35]

De este modo, el sistema de constitución «*es una reconstrucción racional de toda la construcción de la realidad*» (*ibíd.*: 187), y al igual que el análisis kantiano de las condiciones que hacen

35. Es claro por las anteriores consideraciones que Carnap estaba sosteniendo algo muy similar a lo que después de 30 años filósofos de la ciencia destacados como Hanson, Kuhn y Feyerabend se refirieron como la «carga teórica de la observación» y que en nuestros días ha sido resucitada por epistemólogos como J. McDowell. Sin embargo, no deseo extenderme más sobre este punto.

posible el conocimiento, separa lo dado de lo elaborado mediante la abstracción con el único fin de explicitar el proceso del cual surge la experiencia como un todo.

Entonces, las vivencias elementales deben ser consideradas como unidades indivisibles, y sobre ellas deben ser construidos todos los otros objetos, los del conocimiento ordinario, los del conocimiento científico, y aun los objetos que constituyen los componentes de las vivencias, esto es, aquellos que han sido hallados como resultado del análisis psicológico, por ejemplo, las impresiones parciales de una percepción compuesta, los componentes de cualidad y de intensidad de una sensación, etc. Pero aquí surge un problema importante. Según lo afirmado por Carnap, las clases y las relaciones son las únicas formas de los niveles del sistema de constitución. Si partimos de los elementos básicos, mediante clases y relaciones, se constituyen los diferentes niveles de objetos. Pero éste es un procedimiento esencialmente sintético no analítico, por lo que resulta imposible llegar a la identificación de los elementos que constituyen las vivencias elementales. Sin embargo, el método del cuasianálisis, que expondremos a continuación, intentará solucionar este problema.

El cuasianálisis como herramienta de constitución de los objetos

Las primeras referencias al procedimiento del cuasianálisis no provienen del *Aufbau* sino de un trabajo inédito de 1922-1923 titulado «El cuasianálisis. Un método para ordenar conjuntos no-homogéneos por medio de la teoría de relaciones».

Como Proust (1989) explica, en este trabajo Carnap examina cómo la teoría de relaciones renueva la concepción del análisis conceptual. La lógica tradicional operaba mediante el procedimiento de predicar de un concepto particular los caracteres que pertenecen a los objetos que caen bajo dicho concepto. Este procedimiento fue muy extendido, pero al costo de aumentar considerablemente los recursos descriptivos del lenguaje. El análisis «relacional», en tanto, consiste en la caracterización de los objetos bajo escrutinio mediante sus relaciones recíprocas, y tiene como ventaja que no necesita salir del dominio de objetos para caracterizarlos, ofreciendo la posibilidad de un análisis inma-

nente del dominio. Según Proust, el procedimiento del cuasianálisis intenta combinar las ventajas de ambos métodos. Del último retoma la virtud del análisis relacional inmanente de los objetos del dominio; del primero, que sea posible obtener una caracterización individual de esos elementos. El procedimiento, que llama «cuasidivisión», consiste en hacer de un conjunto que es en principio inanalizable, algo que a través de una explicitación puramente relacional transforma las extensiones de dichas relaciones en caracteres comunes a varios elementos. Por ello se deben llamar a los elementos así caracterizados «cuasicomponentes». Esto no significa, como Thomas Mormann ha enfatizado, que la adscripción de cuasi-propiedades sea arbitraria, sino que «... ha de tomar en cuenta la estructura de semejanza subyacente» (Mormann 2003: 55). En efecto, debemos tener en cuenta que el procedimiento del cuasianálisis no se aplica a totalidades totalmente inestructuradas, sino a lo que Carnap llama «conjuntos no-homogéneos». Siguiendo a Mormann, podemos definir un conjunto no-homogéneo como una estructura de similitud (E, ~), es decir, un conjunto E dotado de una relación binaria de similitud ~. Se dice que dos elementos, e y e*, son similares si están relacionados por la relación ~. Asimismo, la relación es reflexiva y simétrica, aunque no requiere ser transitiva.

De este modo, un conjunto no-homogéneo es un dominio de objetos dotado de una estructura relacional básica, que puede ser una estructura topológica o una relación de semejanza. Con base en ella, es posible constituir los dominios más altos de objetos, como será el propósito del *Aufbau*. En este trabajo, el conjunto no-homogéneo sobre el cual se aplicará el procedimiento del cuasianálisis es el conjunto de experiencias elementales gestálticas, del cual se afirma que posee una estructura mínima de semejanza.

En lo que sigue examinaré el procedimiento del cuasianálisis tal como se expone en el *Aufbau* mismo. La importancia de dicho procedimiento para nuestro trabajo se hará manifiesta una vez el mismo haya sido explicitado.

Como dijimos un momento atrás, el problema que el cuasianálisis intentará solucionar es el del tratamiento de las unidades indivisibles que se encuentran en la base del sistema de constitución. Apoyándose en los resultados de la psicología de la Gestalt difundidos en su época, Carnap sostiene que las vivencias elementales son totalidades indivisas que no podemos separar sino

por abstracción. Dado que el propósito del sistema de constitución es precisamente «constituir» todos los objetos que pertenecen al dominio de lo que llamamos ciencia, incluso los objetos de la psicología, es menester un método que, aplicado a las vivencias elementales, nos provea de esa totalidad de objetos.

Según Carnap, la estructura formal del cuasianálisis debe verse en franca analogía con el procedimiento del análisis genuino. No obstante, ambos procedimientos se diferencian desde un punto de vista epistemológico, pues en el análisis se toma como dominio de aplicación objetos que poseen diversos componentes, los cuales deben ser descubiertos, mientras que el cuasianálisis, no es un proceso mediante el cual uno infiere propiedades de objetos complejos desde relaciones entre ellos. Es, antes bien, un proceso de constitución de cuasicomponentes o cuasicualidades desde una descripción de relaciones que se sostienen entre totalidades carentes de propiedades. De este modo, como Carnap lo expresa claramente, el cuasianálisis es «una síntesis que se reviste con el ropaje lingüístico de un análisis» (Carnap 1928/1988: 142). Es decir, las propiedades que se afirman como constituyentes de los elementos básicos no son más que construcciones lógicas de esos elementos, clases de ellos derivadas de la relación básica en la que se encuentran al comienzo del sistema. Así, para Carnap, análisis y cuasianálisis son procedimientos formalmente idénticos, pero que difieren en su papel constitucional y epistemológico. Para aclarar, no obstante, el proceder formal, permítaseme considerar en primer lugar el propio ejemplo de Carnap del análisis genuino, para pasar luego al cuasianálisis.

La tarea consiste en analizar un número de cosas, de las cuales cada una tiene uno o más colores, y determinar la distribución de los mismos en dichos objetos. La relación básica desde la cual se posibilita la tarea es la de «parentesco de color», la cual se define de la siguiente manera: dos objetos tienen parentesco de color si tienen por lo menos un color en común. Según la aplicación del criterio de la descripción relacional, de lo que se dispone es de la extensión de la relación de parentesco entre los colores, es decir, se nombran todos los pares para los cuales vale dicha relación. Por ejemplo, si tenemos cinco objetos, a los cuales llamaremos «1», «2», «3», «4» y «5», y de los cuales sabemos que tienen por los menos dos colores, de lo que disponemos es algo así como: «<1,2>, <2,3>, <3,4>, <4,5> tienen *parentesco de color*». Pero lo que el aná-

lisis busca es determinar las «clases de color», las cuales se definen como las clases de cosas que tienen un color determinado en común. Así, existe una conexión entre la relación «parentesco de color» y las clases de color. Estas últimas deben de cumplir con dos propiedades: la primera, que todo par de elementos de una clase de color es un par de colores emparentados; la segunda, que no hay ningún objeto que esté fuera de una clase de color que tenga parentesco de color con todas las cosas de esta clase. Ahora, en orden a determinar las clases de color en nuestro ejemplo, debemos corroborar si los pares en cuestión poseen las dos propiedades antes enumeradas. Un simple examen nos lleva a advertir que hay cuatro clases de color, aunque no sabemos qué color equivale a cada una de ellas. Carnap recomienda que le demos a dichas clases nombres arbitrarios, por ejemplo, cl1, cl2, cl3 y cl4. Pero como él mismo nos advierte, si una clase no consiste en sus elementos sino que es un signo que expresa lo que le es común a los elementos de esa clase, entonces la clase de color cl1 es el color común de los elementos de cl1. Ahora, si tomamos cualquiera de los elementos y preguntamos por su color, digamos el color del elemento «2», entonces diremos que pertenece a dos clases de color: cl1 y cl2 y, por lo tanto, que posee dos colores, *i.e.*, cl1 y cl2. De esta manera concluye el análisis, esto es, hemos podido conocer los componentes de nuestros elementos iniciales. Y aunque no podamos decir cuáles son los nombres genuinos de sus cualidades, no obstante hemos podido caracterizar esos componentes desde un punto de vista formal y objetivo, que es todo lo que le interesa a la ciencia.

El cuasianálisis, por su parte, opera de una manera formalmente análoga, pero como su dominio lo constituyen unidades indivisibles, sus productos no serán componentes sino «cuasicomponentes». Al igual que el análisis, el cuasianálisis opera mediante una relación que es simétrica y reflexiva, es decir, una relación de semejanza, que posibilita construir los círculos de semejanzas o clases, y que a su vez conduce a la determinación de las propiedades, o mejor dicho, de las cuasipropiedades de los elementos básicos. Para ilustrar el proceso, veamos también el ejemplo de Carnap.

Carnap nos invita a considerar como unidad indivisible la percepción de un sonido compuesto. En su opinión, un sonido tal, como por ejemplo el que escuchamos cuando se tocan las teclas correspondientes a los sonidos do-mi-sol en un piano, pa-

rece estar compuesto de tres notas, pero esto se debe a que el «carácter aperceptivo de la percepción codetermina que se escuche el parentesco de sonido de este sonido particular con muchos otros sonidos ya conocidos» (*ibíd.*: 134). Es decir, lo que se produce es el reconocimiento del parentesco de esfera[36] entre el sonido do-mi-sol y todos aquellos sonidos que contienen do, los que contienen mi y los que contienen sol. Al igual que en el análisis, podemos comenzar con la descripción de la relación extensional de parentesco de sonido, bajo la forma de una lista de pares de sonidos que poseen esa relación. Con base en esa lista conformamos los círculos de semejanza entre los sonidos, esto es, aquellos que concuerdan con una nota parcial, y como en el análisis genuino, atribuimos a cada uno de los sonidos las clases o los círculos de semejanzas a las que pertenece como sus cuasicomponentes. Al igual que como se advirtió en el caso del análisis, las clases o los círculos de semejanzas no constituyen ni la totalidad de sus elementos ni una colección de ellos, sino lo que les es común. Pero en el caso del cuasianálisis de nuestro ejemplo, esto no debe ser entendido como que los sonidos tengan un componente en común, porque *strictu sensu* los sonidos no tienen componentes. Lo que significa, antes bien, es que el componente o, mejor dicho, el cuasicomponente do es aquello en lo cual coinciden todos los sonidos que «contienen» do. Alguien que nunca antes ha escuchado sonido musical alguno y escucha ahora el sonido do-mi-sol no podrá percibir que ese sonido está compuesto por tres notas, pues será incapaz de llevar a cabo el cuasianálisis, el cual basado en la relación de reconocimiento de semejanza entre unidades básicas, sólo posibilita la conformación de los cuasicomponentes de esas vivencias. Esto nos conduce a afirmar que existe una diferencia esencial entre análisis y cuasianálisis que debemos apuntar si queremos obtener una comprensión cabal del último de los procedimientos. Esta diferencia tiene que ver con la relación de cada de uno de los procesos con su objeto. En efecto, los constituyentes «descubiertos» por el análisis tienen su propia existencia, independientemente del análisis mismo. Por otro lado, el cuasianálisis tiene la especificidad

36. Recuérdese que dos objetos tienen «parentesco de esfera» si hay un lugar de argumento en una función proposicional en la cual los dos nombres de objetos son argumentos permisibles. (Como ya se ha explicitado, por «esfera de objetos» se entiende la clase de todos los objetos que están emparentados entre sí.)

de producir cuasiconstituyentes, sin ser capaz de descubrirlos. Es decir, en el cuasianálisis no hay tribunal alguno al cual apelar.

Podría decirse que el análisis es *realista* por definición, mientras que el cuasianálisis es *constructivo* por definición, en el sentido en que no puede confrontar los cuasiobjetos que construye con los hechos. En este sentido, el cuasianálisis se revela como un verdadero principio cognitivo-funcional constitutivo de los objetos que componen nuestro universo óntico. El cuasianálisis, basado en la relación básica que veremos a continuación, determina, en y desde totalidades indivisibles e inconexas, el ámbito de objetos que constituyen el mundo.[37]

Ahora bien, el ejemplo de cuasianálisis visto anteriormente es un caso del cuasianálisis basado en una relación primitiva de igualdad parcial entre componentes. Según Carnap, esta relación básica es suficiente para constituir el mundo físico desde cuasicomponentes como las sensaciones de los sentidos, que a su vez determinan, entre otras cosas, el orden espacio-temporal. Sin embargo, dado que puede probarse que esta relación de igualdad parcial puede ser deducida de una más primitiva, no la coloca como postulado ordenatorio (*Ordnungssetzung*). La relación de semejanza parcial entre componentes de vivencias, que queda definida según si el componente de una vivencia (p. ej., una sensación) *a* de *x* y el componente de una vivencia *b* de *y* se aproximan o concuerdan completamente en sus características, podría ser postulada como relación básica. Sin embargo, ésta a su vez descansa en una relación más primitiva no sólo desde el punto de vista lógico sino también epistemológico; a saber, el *recuerdo de semejanza*.[38] Ésta consiste en la comparación, mediante una imagen de la memoria,[39] de dos vivencias elementales. Esto último me retrotrae a reconsiderar una afirmación de Carnap citada antes, en la cual se afirma que el responsable de que cuando se escucha un sonido como el que resulta de tocar las teclas do-

37. Adviértase nuevamente el símil entre esta idea y la concepción de Reichenbach (1920) de la coordinación como constitución. Sin embargo, como ya apunté al comienzo de la sección, Carnap abandona aquí la idea de «principios coordinativos», fundamental para Reichenbach.

38. Parece obvio que si se reconoce que hay una semejanza parcial entre dos vivencias elementales *x* e *y* entonces hay que comparar la representación del recuerdo de una con otra.

39. Por «memoria» Carnap entiende no sólo la llamada memoria reproductiva, sino también la capacidad de retener una vivencia en la conciencia por un lapso de tiempo.

mi-sol se escuche como compuesto de tres sonidos, es el «carácter aperceptivo de la percepción».

Permítaseme resumir brevemente los pasos mediante los cuales se lleva a cabo una instancia de reconocimiento de semejanza. Podríamos decir que el procedimiento consiste en cuatro pasos: 1) la ocurrencia de una experiencia elemental *y*; 2) la retención de una experiencia elemental *x* por medio de una imagen de la memoria; 3) la comparación de *x* con *y*, a través de la imagen de la memoria; y finalmente, 4) el reconocimiento del hecho de que *x* e *y* son parcialmente similares. Parecería que lo que Carnap está afirmando acerca de este proceso es que no alcanza con que se den 1)-3) para llegar a 4), debe haber también una cierta conexión entre los cuatro componentes que explique que cada uno de ellos es parte de uno y el mismo acto de reconocimiento de semejanza. Es decir, lo que se requiere es la unidad de la conciencia, algo afín a lo que Kant llamó la «unidad sintética de la apercepción». En efecto, de acuerdo con Kant, la intuición, como facultad de receptividad, ofrece una variedad siempre cambiante de representaciones, que no puede combinar por sí misma en orden a conformar objetos. Que se requiera una síntesis de dichas representaciones se sigue del hecho de que si no fuera el caso, tendríamos «un yo tan abigarrado y diferente como representaciones —de las que fuese consciente— poseyera» (B134), es decir, las representaciones de objetos se multiplicarían según el número de ocurrencias al cual nos enfrentamos. Pero, arguye Kant, si «combinar» quiere decir «representarse la unidad sintética de lo diverso» (B131), se requiere que se dé con anterioridad a la combinación una función que posibilite la misma. Esta función, que pertenece al entendimiento (es más, Kant dice que *es* el entendimiento mismo), es a lo que Kant llama la «originaria unidad sintética de apercepción». Por ejemplo, dice Kant, cuando pienso uno de los llamados *conceptus communis* (en terminología más actual, conceptos clasificatorios), pongamos por caso el concepto de *rojo*, me represento una propiedad que puede hallarse en alguna parte o combinada con otras representaciones. Por lo tanto, para que sea posible representarme tal propiedad común es necesario que haya tenido lugar una síntesis previa de una variedad de representaciones singulares de rojo. Es decir, para pensar la *unidad analítica* de un concepto, es imprescindible que opere la función de síntesis previa entre las representaciones.

De manera análoga, para Carnap, la determinación de los cuasicomponentes de una vivencia básica se lleva a cabo a partir de la relación de semejanza parcial entre las vivencias, la cual sólo es posible por la mediación de una función que permite reconocer que se trata de un conjunto de experiencias que pueden ser unificadas. A esto es a lo que Carnap se refiere con el «carácter aperceptivo de la percepción».

Para finalizar este apartado, permítaseme considerar las observaciones de Carnap de la sección 83, que a pesar de que afirme que «puede ser omitida», considero de gran relevancia para este trabajo. La sección se titula «Las relaciones básicas entendidas como categorías» y Carnap comienza diciendo en un lenguaje conspicuamente kantiano: «Por categorías se entienden las formas de la síntesis de lo múltiple de una intuición al formarse la unidad del objeto» (*ibíd.*: 159). En su opinión, esta forma de hablar es ambigua en la medida en que con ella no se aclara qué se significa con «categorías» ni qué lista de ellas debemos considerar como tales.

Para evitar dicha ambigüedad propone la terminología del sistema de constitución, en el cual disponemos de «conceptos más precisos que los de los sistemas tradicionales» (*ibíd.*: 159). En el sistema de constitución lo múltiple se llama «lo dado», los «elementos básicos». A la constitución de los objetos a partir de los elementos básicos corresponde lo que en lenguaje kantiano llamamos «síntesis». De acuerdo con lo que hemos explicitado con anterioridad, la constitución de los objetos es posible únicamente a partir de dos expedientes formales; a saber, clase y relación, por lo que podríamos llamar «categorías» a dichos expedientes. Sin embargo, es mejor utilizar el lenguaje de la constitución y llamar a tales funciones lógicas «relaciones básicas».[40] De este modo, «podemos concebir el problema de las categorías como el problema de las relaciones básicas de la teoría de la constitución» (*ibíd.*: 160), y con ello abordar la cuestión del establecimiento de una lista de relaciones básicas como categorías. En la sección 103, en el contexto del análisis operacional ficticio,[41] sostiene que las «re-

40. Carnap no tiene otro motivo para preferir esta forma de hablar que una razón de claridad terminológica, pues con «relaciones básicas» mentamos algo definido con precisión formal.

41. El lenguaje operacional ficticio es uno de los cuatro lenguajes en el que Carnap explicitará su ejemplo de sistema de constitución, y consiste en elegir a un sujeto dado

glas generales de constitución» (las relaciones básicas separadas ahora de lo dado por un procedimiento ficticio), «... pueden ser llamadas reglas *a priori* en tanto que la constitución y el conocimiento de los objetos se funda en ellas de manera lógica» (*ibíd.*: 192). Es decir, que las reglas formales son condición de posibilidad no sólo de la formación de los objetos dentro de un sistema conceptual, sino también del propio conocimiento de los objetos. Por ello, consecuentemente afirma Carnap: «Sin embargo, no hay que llamar a dichas reglas "conocimiento *a priori*", ya que no representan conocimientos, sino sólo *determinantes*» (*ibíd.*: 193).

Como explicitamos antes, tanto la relación de igualdad parcial como la de semejanza parcial pueden ser reducidas a la relación de recuerdo de semejanza, la cual es establecida por Carnap como la relación primitiva del sistema. De esta manera, esas relaciones básicas o categorías (igualdad parcial, semejanza parcial), si bien pueden operar como tales, no deben verse como categorías genuinas u originarias. Dado que pueden ser reducidas a la relación de recuerdo de semejanza, es esta última la que puede ser considerada como tal, y con ello desembocamos en la idea, afín a la concepción de Cassirer, de que «hay solamente una categoría única» (p. 160), esto es, una única función lógica que domina la formación de conceptos tanto en las ciencias formales como en las empíricas. Por ello, Carnap afirma que en cuanto a su forma, toda proposición es una proposición acerca de las relaciones básicas, esto es, toda proposición es un constructo lógico basado en las mismas relaciones básicas.

Cuando con anterioridad comparamos los procedimientos del análisis y el cuasianálisis, señalamos la observación de Carnap de que «el cuasianálisis es una síntesis que se reviste con el ropaje lingüístico de un análisis» (*ibíd.*: 144), e hicimos énfasis en el tipo de construcción sintética desde elementos básicos que el cuasianálisis lleva a cabo. Sin embargo, no consideramos propiamente las distinciones a las que este procedimiento puramente formal conduce; a saber, la distinción entre análisis y síntesis, por un lado, y entre proposiciones analíticas y sintéticas, por otro. Como ya apuntamos, desde el punto de vista de su estructura formal, análi-

---

como el sujeto en el cual se opera el procedimiento de constitución de los objetos, separando «ficticiamente» lo dado de las reglas generales que posibilitan la construcción del sistema.

sis y cuasianálisis muestran una estrecha analogía. Sin embargo, el cuasianálisis produce una síntesis, procede formando clases de elementos, llevando a cabo la síntesis de las experiencias básicas. La distinción entre análisis y síntesis debe ser planteada, entonces, respecto al sistema ya completo. Analizar es «descender» a la base del sistema; sintetizar es «subir» desde la base hacia formas más abstractas, en la dirección de la constitución. De esto se sigue que «analítico» no debe ser contrastado con «sintético», pues «sintético» sólo es el adjetivo que califica la naturaleza constructiva del cuasianálisis. Dado que este último es un procedimiento puramente formal y analítico, la asociación del criterio formal y el epistemológico conduciría a una contradicción. «Analítico», por lo tanto, debe ser contrastado con «empírico». De acuerdo con Carnap, los «teoremas» o proposiciones de un sistema de constitución se dividen en «analíticos» y «empíricos». Los teoremas analíticos, en su opinión, «... pueden ser deducidos solamente a partir de las definiciones (presuponiendo los axiomas de la lógica, sin la cual no es posible deducción alguna)» (*ibíd.*: 198). Los empíricos, por su parte, revelan «... una relación entre los objetos constituidos, la cual únicamente puede comprobarse en la experiencia» (*ibíd.*: 198). Es decir, los teoremas analíticos corresponden a proposiciones acerca de las propiedades estrictamente lógicas de las relaciones. Los teoremas empíricos, en tanto, hablan acerca del modo en que dos o más objetos de la experiencia se relacionan de una manera determinada, y son, por lo tanto, sólo comprobables empíricamente. Carnap aclara que su distinción se corresponde con la distinción kantiana de juicios analíticos y sintéticos *a posteriori*, y afirma: «De acuerdo con la concepción de la teoría de la constitución, no hay tal cosa como "juicios sintéticos *a priori*", que son fundamentales en la problemática de la epistemología kantiana» (*ibíd.*: 198). Sin embargo, como espero haber mostrado en el curso de las consideraciones anteriores, si bien Carnap rechaza esta clase de enunciados (cuya existencia dependía, para Kant, de la pobreza de la lógica general y de la necesidad de postular una lógica trascendental, con su recurso a la intuición), es claro que el procedimiento usado por la teoría de la constitución, el cuasianálisis, pertenece al ámbito de lo analítico, y dado que la construcción y el conocimiento de los objetos dependen lógicamente de él, puede llamarse con justicia *a priori*. Asimismo, Carnap también rechaza incluir en esta noción de *a priori* formal constitutivo cual-

quier sentido de necesidad y universalidad. Estos principios formales son sólo convenciones, y en la sección 179 así lo expresa: «De acuerdo con la concepción de la teoría de la constitución, el conocimiento no tiene más componentes sino estos dos: el convencional y el empírico; es decir, que no hay conocimiento sintético *a priori*» (*ibíd.*: 334). Es claro que Carnap no está negando el aspecto constitutivo de la noción de *a priori*, sino su sentido de necesidad y universalidad, es decir, la idea kantiana de que los principios formales del conocimiento se nos imponen de manera tal que sea imposible pensar bajo marcos conceptuales alternativos. Este punto es de importancia dado que echa por tierra la interpretación que afirma el compromiso de Carnap, al igual que el del Wittgenstein del *Tractatus*, con el marco formal suministrado por *Principia Mathematica*. En efecto, Proust (1987) afirma que tanto en el *Tractatus* como en el *Aufbau* y en la *Sintaxis lógica* «Lo trascendental es también el reino de lo *necesario a priori*... No hay convención en lógica excepto la basada en la "necesidad natural"» (Proust 1987: 504). Como la cita anterior de Carnap muestra, éste no parece comprometido con la necesidad de la lógica de los *Principia*; recordemos que ya en 1923, bajo la influencia de Dingler y Poincaré, había rechazado el sentido de necesidad y universalidad en las determinaciones conceptuales. Recordemos que si bien llama a las proposiciones contenidas en el primer volumen de su sistema ficticio del mundo «sintéticas *a priori*», dice respecto de ellas que no deben verse:

> [...] en el sentido crítico trascendental kantiano. *Porque tal cosa significaría que ellas expresan las condiciones necesarias de los objetos de experiencia, condicionadas a través de las formas de la intuición y el pensamiento. En tal caso, sólo es dado un marco posible para el contenido de ese volumen. En la actualidad su construcción es dejada a nuestra repetida elección* [Carnap 1923: 4, el énfasis es mío].

Asimismo, su afirmación del *Aufbau* acerca de las dos fuentes del conocimiento, la convencional y la empírica, hecha en el contexto de una sección en la cual se habla sobre la tarea de la ciencia, reafirma el sentido de que la encargada de la *constitución de los objetos* es la componente convencional, la que sólo una vez establecida hace significativa cualquier pregunta acerca

de la naturaleza de las relaciones que existen en la naturaleza. Así lo expresa Carnap en una interesante analogía:

> [...] se puede decir que constituir un objeto equivale a indicar las *coordenadas geográficas* para determinar un lugar de la superficie de la tierra. Por medio de dichas coordenadas se caracteriza unívocamente el lugar; la pregunta acerca de la *naturaleza* de ese lugar (p. ej., acerca del clima, de la naturaleza del suelo, etc.) tiene ahora un sentido determinado [Carnap 1928/1988: 335].

En virtud de la idea de Carnap de que los objetos constituyen constructos lógicos que pueden ser vistos a la manera de nodos dentro de una red estructurada de una forma puramente formal, constituir un objeto significa darle su lugar dentro de esta red formal, es decir, explicitar las condiciones estrictamente lógicas que hacen posible identificar a un objeto dentro de la red. Una vez que el objeto es identificado como perteneciente a una clase, por ejemplo, a la de los objetos físicos, entonces pueden comenzar las investigaciones empíricas del objeto en cuestión. En otras palabras, de acuerdo con Carnap, es imprescindible, para que reconozcamos a un objeto en cuanto a sus particularidades, constituirlo antes, es decir, dar las condiciones formales que debe cumplir en orden a pertenecer a una clase de objetos dada dentro de una red conceptual.

Esta idea de las coordenadas geográficas y la analogía entre espacio físico y espacio conceptual aparece de una forma más clara en un trabajo inédito del año 1929 que me gustaría citar. En efecto, en una conferencia pronunciada en la Sociedad Ernst Mach, que lleva por título «De Dios y el alma. Pseudopreguntas en metafísica y teología»,[42] dice Carnap:

> En el espacio todas las cosas tienen una relación espacial entre sí, y para cada cosa debe haber desde mi persona un acceso hacia ella. De la misma manera, con base en el sistema conceptual, es decir, de un espacio conceptual que abarca todo, todos los conceptos están en relación entre sí (y aquí en una relación lógico-conceptual); y aquí tiene que existir para cada concepto una conexión con los contenidos de mis vivencias, por ejemplo, de mis percepciones. Todo lo que pueda ser dicho debe ser reducible a lo que yo he experimentado [Carnap 1929/2004: 156].

42. Todas las citas de este trabajo corresponden a la trad. realizada por Thomas Mormann, Álvaro Peláez y Eduardo Rueda aparecida en *Signos Filosóficos,* sup. n.º 11, vol. VI, 2004, pp. 147-161.

De acuerdo con Carnap, el espacio físico es único y contiene todos los objetos.[43] La ciencia empírica, que se ocupa de investigar las relaciones entre los objetos dentro de este espacio común, opera según la metodología de indicar, para cada objeto dentro de este espacio, un camino que nos conduce hacia él. Como Carnap afirma, hay un «camino» desde mí hacia cualquier objeto, pero «... camino no en el sentido de una acera sino en el sentido de una línea intelectual, una posibilidad de movimiento» (*ibíd.*: 11). Es decir, es sólo la posibilidad del movimiento de nuestro cuerpo la que nos capacita a trazar una línea con cada objeto dentro del espacio físico compartido.[44] Así, la ciencia empírica nos provee de una especie de «mapa» que nos indica el modo en que encontramos un objeto dentro del espacio, es decir, nos proporciona las «coordenadas geográficas» del objeto en cuestión. De la misma manera, existe un espacio conceptual que contiene en sí todo lo pensable, es decir, contiene todos los conceptos u objetos que se han constituido. Entre éstos existe una conexión lógica, que sigue el modelo de la red, y que significa un camino perfectamente reconocible desde un objeto hacia otro. La teoría de la constitución nos indica el camino que tenemos que seguir para encontrar todo objeto dentro de la red conceptual, por lo tanto, la teoría de la constitución puede ser vista como una verdadera *topografía del conocimiento*.[45]

Conclusiones

En el curso de estas reflexiones he intentado mostrar que el pensamiento de Carnap en torno al papel de los componentes *a priori* del conocimiento sigue la línea inaugurada por los geómetras en el siglo XIX, y que Cassirer convierte en el centro de un

43. Adviértase el símil con la propia idea de Kant acerca de la naturaleza del espacio. En la *CRP* B39 se lee: «En efecto, ante todo sólo podemos representarnos un espacio único. Cuando se habla de muchos espacios, no se entienden por tales sino partes del mismo espacio único».

44. Muy probablemente esta idea descanse en la concepción de Helmholtz acerca del libre movimiento de los cuerpos rígidos, pero ya se encuentra seminalmente en Kant. Véase *CRP* B154-155.

45. No deseo extenderme sobre este punto, pero quisiera señalar que esta idea de una territorialización del conocimiento humano también tiene sus antecedentes en la geometría proyectiva vista como teoría del orden. Thomas Mormann me ha señalado este antecedente, así como sus relaciones con el proyecto de la Enciclopedia de la Ciencia Unificada.

programa epistemológico que ubica a lo «formal» como principio constitutivo de los objetos de la ciencia, formal y natural.

En su tesis doctoral sobre el espacio, Carnap articula una concepción del espacio formal, entendido como una estructura de orden, que parece reflejar la propia concepción de Cassirer sobre el principio formal que interviene en la formación de conceptos. En efecto, para Carnap, el espacio formal es una estructura de relaciones de orden que surge de la aplicación, a cualquier dominio de objetos, de un principio de orden básico que llama «relación formadora de series». Como se explicó antes, los objetos pueden ser ordenados en series y en series de series. A una serie continua de 3 o n niveles se le llama un «espacio formal» de 3 o n dimensiones. Como es obvio, no hay aquí referencia alguna a algo propiamente espacial, y los ejemplos de Carnap considerados en este trabajo muestran que los principios que definen un tipo de espacio formal pueden ser satisfechos por clases de objetos muy dispares. Es este carácter abstracto del espacio formal, conjuntamente con la propia concepción que Carnap tenía de la lógica por esa época, el que lo lleva a sostener enfáticamente la incapacidad de los principios formales para darse un contenido fenomenológicamente espacial. Es decir, la lógica, para Carnap, hace abstracción de todo contenido del conocimiento, encerrando las leyes que rigen la ordenación de cualquier dominio de objetos. Estas leyes son *a priori*, independientes de la experiencia, pero son analíticas, es decir, no hay en ellas referencia a contenido alguno, sino sólo a la forma lógica de los enunciados. Por lo tanto, es imprescindible una facultad que provea de un contenido propiamente *espacial* a las estructuras abstractas del espacio formal. Esta facultad es la intuición y aquello de lo que provee es el espacio intuitivo. Como ya se ha señalado, Carnap modela su noción de intuición no sobre la idea original kantiana, sino sobre la idea de Husserl de «intuición de esencias» (*Wessenerschauung*). En efecto, de acuerdo con esta idea, al igual que en la percepción normal aprehendemos los objetos en sus relaciones actuales, y por ello contingentes, poseemos un tipo de aprehensión que, aunque necesariamente vinculada a la experiencia, dirige su mirada no a las propiedades y relaciones meramente empíricas de los objetos, sino a sus propiedades y relaciones esenciales. En esta dirección, las relaciones espaciales que aprehendemos en la intuición de esencias, a pesar de que

es imprescindible que se dé un orden de cosas determinado, no apunta a este orden individual sino al tipo de orden que este acontecimiento está ejemplificando, esto es, a la clase de orden que este suceso particular está instando. Esta clase de orden es un universal y es la condición de posibilidad de sus instancias. Su fuente es *a priori*, por supuesto, pero como es claro, no es vacío de contenido, sino que nos provee de propiedades fenoménicas que, claro está, son invariantes respecto de los contenidos individuales. Esta estructura invariante que subyace a la aprehensión empírica de los fenómenos es, según Carnap, una estructura mínima, una estructura topológica en la que valen los axiomas de Hilbert para la geometría euclidiana. A partir de esta estructura topológica mínima es posible generar los otros tipos de espacios, el proyectivo y el métrico.

Ahora bien, según Carnap, el principal propósito de la teoría del espacio físico es establecer cuáles de las relaciones que se aprehenden en la intuición esencial se sostienen para las cosas particulares con las que nos enfrentamos en la experiencia. Esta experiencia, en su opinión, está conformada por una mezcla de materia y forma. Esta última, a su vez, puede ser distinguida en forma «necesaria» y forma «opcional». La última corresponde a las relaciones métricas, que son estrictamente convencionales y el fundamento de la física-matemática. La primera contiene las relaciones de incidencia y conexión entre formas espaciales que permanecen invariantes a través de cualesquiera grupos de transformaciones. Es decir, la forma necesaria de la experiencia constituye el espacio topológico. De esta manera, la posición de Carnap en torno a lo *a priori* en *El espacio* comienza a mostrar signos de la primacía que se dará posteriormente a la lógica como herramienta constitutiva de los objetos de experiencia, aunque su apelación a la intuición lo mantiene dentro de una posición más tradicional del problema. En efecto, el aspecto de la noción de *a priori* que le interesa destacar es el constitutivo en el sentido de que lo *a priori* es la condición de posibilidad de la experiencia externa como tal. No obstante, su posición es tradicional en la medida en que mantiene sus reservas sobre el papel de lo formal y en su consiguiente apelación a la intuición como facultad constitutiva de lo empírico.

En cuanto a la distinción en el modo de concebir lo *a priori* o bien como absoluto o bien como relativo, es claro que a la luz de las afirmaciones de Carnap sobre el estatus de la forma necesaria

su concepción es abiertamente absolutista. Las propiedades topológicas del espacio, aquellas que provienen de nuestra facultad *a priori* de intuición esencial, son propiedades que permanecen invariantes a través de los cambios, y que constituyen la base sobre la cual se impondrán las diferentes convenciones métricas. Esto es afín a la concepción de Cassirer, quien sostenía que los invariantes lógicos de la experiencia son aquellos conceptos (entendidos como conceptos-función, es decir, como postulados ordenatorios) que persisten a través de los cambios en sus versiones particulares. Sin embargo, a pesar de que la afinidad es real, hay una diferencia bastante notoria entre sus puntos de vista. Cassirer concibe lo *a priori* como constitutivo (en nuestro sentido) y como absoluto (aunque también distingue un *a priori* relativo), pero para Cassirer los principios *a priori* son formales, esto es, coinciden con los modernos principios de las matemáticas, los cuales eran susceptibles de ser reducidos a principios lógicos. Carnap, en tanto, mantiene los dos primeros rasgos sin modificación, pero no se atreve todavía a dar el paso que lo liberaría de la intuición y que lo conduciría a adoptar una visión de lo formal como herramienta constitutiva de los objetos de experiencia.

En su trabajo de 1923 «Sobre la tarea de la física» hay ya un abandono explícito de la intuición, pero a favor de una concepción de la cognición como coordinación, en boga en los círculos filosóficos del momento. En efecto, según su caracterización ficticia de la «ciencia completa», Carnap distingue tres componentes en la teoría física: el primero, encierra los principios o axiomas de la teoría, concentrando los postulados espacio-temporales y el principio de acción; el segundo, consiste en una parte coordinativa entre la parte axiomática de la teoría y el dominio de la percepción, el tercero, en tanto, contiene una descripción completa del estado físico del mundo para dos puntos arbitrarios del tiempo. Carnap sostiene que la primera parte de la física contiene enunciados sintéticos *a priori*, pero señala que estos principios deben ser entendidos no en el sentido original de Kant, aunque el sentido en el que se aparta de la ortodoxia kantiana es en el que sostiene que dichos principios son formas universales y necesarias del pensamiento. Si esto fuera así, estaríamos restringidos *a priori* a un único mundo, lo cual Carnap, bajo la influencia de Dingler y Poincaré, no podía sino rechazar. Este rechazo, como es claro, conduce a Carnap a sostener una versión

de lo *a priori* relativizado más en consonancia con la posición de Reichenbach expuesta antes. Asimismo, de gran importancia es la segunda parte de la física completa, la que Carnap imagina bajo la forma de un diccionario que relaciona los conceptos establecidos en los axiomas de la primera parte con el reino de lo observable. De acuerdo con Carnap, los enunciados que llevan a cabo esta labor coordinativa son convenciones y poseen, al igual que los postulados de la teoría, un valor esencialmente constitutivo de lo dado en la experiencia. En efecto, dado que para Carnap, al igual que para Reichenbach, lo dado en la experiencia no posee interpretación alguna de suyo, sino que debe ser conectado con los axiomas o postulados para que pueda representar hechos de algún tipo, es claro que no sólo los postulados, sino la parte coordinativa, encargada de correlacionar los términos altamente abstractos de la parte axiomática con los datos de la sensación, coadyuva en la tarea de dotar a estos datos de una determinación empírica precisa.

De esta manera, en este estadio del pensamiento de Carnap, el sentido de lo *a priori* continúa siendo constitutivo, claro está, pero ahora, de la mano de los convencionalistas, pierde su estatus de necesidad y universalidad, es decir, su sentido de invariancia, y se vuelve algo esencialmente relativo, producto de una decisión basada en el principio de máxima simplicidad. Asimismo, su admisión de la tesis de la coordinación, producto de su abandono de la intuición como facultad mediadora entre lo conceptual y lo empírico, parece el último paso antes de la admisión de la importancia de la lógica como herramienta constitutiva de lo empírico sin mediaciones. Este paso final es dado en el *Aufbau*.

Aquí, según las combinaciones que hemos estado haciendo, lo *a priori* puede ser caracterizado como constitutivo, formal y relativo. En efecto, Carnap afirma desde el comienzo mismo del libro que el propósito del sistema que va a explicitar es «definir» (en el sentido de constituir desde niveles inferiores) todos los objetos de la ciencia valiéndose de dos expedientes formales fundamentales; a saber, clase y relación. Sin embargo, de inmediato se plantea el problema que surge de la incompatibilidad aparente que existe en el hecho de cómo la lógica, que es ciertamente formal, puede ser aplicada a la constitución de objetos. La solución a este problema, que toma la forma de las descripciones definidas puramente estructurales como modo de caracteriza-

ción de los objetos, sólo es posible a través de la articulación y aplicación a dominios o conjuntos de objetos (conjuntos no-homogéneos) de un procedimiento que encarna los postulados ordenatorios a través de los cuales se constituirán los diferentes dominios de objetos de la ciencia, esto es, el cuasianálisis. Estos postulados ordenatorios, las así llamadas «relaciones básicas», oficiarán como verdaderas «categorías», en la medida en que llevan a cabo la síntesis de lo múltiple de una intuición al formarse la unidad del objeto y, de acuerdo con Carnap, constituyen reglas *a priori* «en tanto que la constitución y el conocimiento de los objetos se funda en ellas de manera lógica» (Carnap 1928/1988: 192). Así, no parece haber dudas en cuanto al aspecto metodológico que Carnap otorga a su sentido de lo *a priori* en el *Aufbau*, el cual, como acabo de señalar, es de naturaleza puramente formal y se aplica a la experiencia sin apelación ni a la intuición ni a principios coordinativos.

Sólo en este estadio de su pensamiento parece Carnap haber asumido plenamente el proyecto del idealismo lógico de la escuela de Marburgo de extender los resultados del logicismo de Whitehead y Russell aun a la ciencia empírica. Sólo en el intento de constitución de todo el dominio de objetos de la ciencia desde las mismas relaciones básicas se asume el desafío de la unificación de todo nuestro conocimiento positivo acerca del mundo. Sin embargo, a diferencia de la posición original de Cassirer, Carnap mantiene su rechazo de 1923 a considerar el ámbito de lo *a priori* como absoluto, subrayando el carácter convencional de la herramienta formal y, con ello, el esbozo de lo que será su proyecto posterior, donde a partir del afianzamiento de su posición convencionalista, lo *a priori* será para él ya francamente relativo.

Permítase para concluir este capítulo resumir parte de este desarrollo posterior en la filosofía de Carnap. En mi opinión, el afianzamiento de su posición convencionalista tiene dos raíces, la primera la constituyó la discusión en torno al estatus de los llamados «enunciados protocolares», la que desde comienzos de los años treinta involucró particularmente a Neurath y Schlick. La segunda, en tanto, tiene que ver con la crisis del proyecto logicista y su intento de solución en *La sintaxis lógica del lenguaje*, donde intentará llevar a cabo un tipo de síntesis entre las tres posiciones que estaban en conflicto: logicismo, formalismo e intuicionismo.

Con relación al primer punto, la discusión en torno a los enunciados protocolares, sólo diré, por razones de espacio, que entre la colección de artículos sobre el tema que aparecieron desde los primeros años de la década de 1930[46] hay uno que nos ofrece un claro síntoma de la posición convencionalista que Carnap estaba articulando, posición que, por otro lado, era ya una moneda común entre algunos de los otros miembros del Círculo de Viena.[47] En este trabajo Carnap, respondiendo críticas a su concepción anterior acerca del lenguaje de observación por parte de Neurath,[48] plantea desde el comienzo mismo que tanto su postura anterior como la del propio Neurath no deben ser vistas como visiones mutuamente inconsistentes de la cuestión, sino como «*dos métodos diferentes para estructurar el lenguaje de la ciencia, ambos posibles y legítimos*» (Carnap 1932/1987: 457, el énfasis es de Carnap). Es decir, que las visiones acerca de cómo reconstruir el lenguaje de observación de la ciencia deben ser consideradas como *propuestas* que en último término serán valoradas según criterios pragmáticos. En lo que resta del artículo, Carnap se dedica a reconstruir ambas propuestas, la suya anterior y la de Neurath (y su variante correspondiente a Popper), y a exhibir las virtudes de ambas, insistiendo una y otra vez que ambas son formas apropiadas de presentar el lenguaje de observación de la ciencia y que ninguna de ellas tiene un valor epistémico privilegiado sobre la otra. Esta misma actitud es la que Carnap tomará respecto al problema de las tres posturas antagónicas en torno a los fundamentos de las matemáticas. Su idea es reinterpretar cada una de las tres posiciones en cuestión como *propuestas* para formular el lenguaje total de la ciencia, usando

---

46. En los últimos años se han escrito numerosos estudios que recogen con detalle la secuencia de artículos en torno a la discusión sobre los protocolares. Entre estos estudios, cabe destacar el excelente y comprehensivo libro de Thomas Uebel de 1992, así como el también detallado y muy recomendable texto de Thomas Oberdan del mismo año. Para una discusión en torno al problema del fundacionalismo epistemológico véase asimismo mi «Neurath, Carnap, Popper...» (2004*b*).

47. Como numerosas investigaciones más o menos recientes han mostrado, los fundadores del así llamado por Rudolf Haller «primer Círculo de Viena», Otto Neurath, Hans Hahn y Philip Frank, así como la mayoría de los pensadores austriacos de principios del siglo XX, tuvieron una fuerte influencia de los convencionalistas franceses, especialmente de P. Duhem, H. Poincaré y E. Le Roy. Thomas Uebel ha enfatizado también esta característica del pensamiento austriaco como opuesta a la tradición alemana, más influida por Kant y los neo-kantianos. Véase Uebel 1991, 1992 y 2003. Para la llamada tesis de Haller, véase Haller 1982.

48. En éste, como en otros temas, Neurath fue muy prolífico, pero el escrito al que nos referimos es el que lleva por título «Enunciados protocolares» (1932/1959).

uno u otro conjunto de reglas formales como la lógica subyacente a este lenguaje. El intuicionismo es la propuesta de usar sólo las reglas más débiles del cálculo lógico intuicionista, como nuestra lógica subyacente. El formalismo, por su parte, es la propuesta de usar las reglas más fuertes de la lógica clásica, pero sólo si es posible obtener una prueba de consistencia en el metalenguaje, una prueba que procede presentando axiomáticamente dentro de un sistema formal simple tanto a la lógica clásica como a las matemáticas. El logicismo, finalmente, es la propuesta de usar la lógica clásica y las matemáticas en una formulación que deja en claro que las reglas de ambas son del mismo tipo, es decir, analíticas. Asimismo, el logicismo enfatiza también que la aplicación de las matemáticas a la ciencia empírica es de vital importancia, de modo que sea posible una axiomatización total de la ciencia en la cual los enunciados analíticos sean demarcados con precisión de los sintéticos o empíricos.

En opinión de Carnap, cada una de estas propuestas tiene algo importante que puede ser usado en la construcción de un lenguaje para la ciencia, dependiendo, claro está, de cuáles sean los intereses que se persigan, y son, por lo tanto, en algún sentido, todas «correctas». Por ejemplo, las reglas del intuicionismo serán más apropiadas si lo que uno quiere es evitar las posibilidades de contradicción en el sistema de las matemáticas. El formalismo, por su parte, al haber enfatizado la importancia de la cuestión de la consistencia y haber apuntado que esta cuestión puede ser fructíferamente resuelta por el programa de la metamatemática, es también correcto. Desafortunadamente, como los resultados de Gödel parecen haber mostrado concluyentemente, una prueba de consistencia del tipo requerido parece imposible.[49]

Como es sabido, Carnap prefería el logicismo, dado que en su opinión éste nos provee con la versión más simple y conveniente de las matemáticas necesarias para la ciencia empírica. En adición a esto, y aunque las esperanzas de reducir las matemáticas a la lógica hayan desaparecido (por lo menos en su versión radical *à la* Frege y Russell), todavía podemos preservar la intuición de la

---

49. Existe una amplia bibliografía que trata específicamente los problemas a los cuales condujo el teorema de incompletitud de Gödel en el proyecto de Carnap. Entre esta bibliografía, cabe destacar los trabajos de Goldfbar (1996), y de Goldfbar y Ricketts (1992). Para una defensa del proyecto de Carnap contra los ataques de Gödel, véase Awodey y Carus 2003 y 2004.

lógica clásica de que los enunciados de la lógica y las matemáticas, a diferencia de los enunciados empíricos, son analíticos, dependientes de los significados de sus términos lógicos.

La solución de Carnap al debate clásico sobre los fundamentos de las matemáticas puede, por lo tanto, ser vista como una generalización de la concepción de lo *a priori* relativizado y convencional que comenzó a vislumbrar en 1923, que se desarrolla durante la época del *Aufbau* y florece a comienzos de los años treinta. De la misma manera en que en su trabajo de 1923 ya no había lugar para un marco *a priori* de principios fijos en la teoría física, en la *Sintaxis lógica* no hay un marco *a priori*, *i.e.*, un conjunto correcto de reglas formales, definitivo de la lógica y las matemáticas. Asimismo, al igual que en esos trabajos el marco *a priori* de la física es resultado de una elección convencional basada en el criterio pragmático de «máxima simplicidad», el marco *a priori* de la lógica y las matemáticas es el producto de una elección convencional basada en las mismas consideraciones pragmáticas.[50]

Así, vemos que existe una continuidad indudable en el proyecto filosófico de Carnap. Sin embargo, debe admitirse que en el tiempo de la *Sintaxis lógica,* las preocupaciones de Carnap acerca del establecimiento de una coordinación entre la estructura lógico-matemática y la experiencia sensorial concreta han desaparecido detrás del esfuerzo de un programa que busca formular e investigar lógicamente una variedad de formas para el lenguaje total de la ciencia. Para usar la propia terminología de Carnap, la epistemología ha sido substituida por la *lógica de la ciencia*.[51] Es sobre el trasfondo de este proyecto que Carnap dirige todos sus esfuerzos a la caracterización formal de la distinción entre enunciados sintéticos o empíricos y analíticos, y es también el fracaso de esta caracterización la que es objeto del virulento ataque de Quine.[52]

---

50. En la sección 82 de la *Sintaxis Lógica* se lee: «La construcción del sistema físico no es efectuada de acuerdo con reglas fijas, sino por medio de convenciones. Esas convenciones; a saber, las reglas de formación, las L-reglas y las P-reglas, no son arbitrarias. Su elección es influida por consideraciones metodológicas prácticas» (Carnap 1934/1937: 320). Esta posición convencionalista-pragmática se volverá más sólida aún en sus escritos posteriores, especialmente en su «Empiricism, Semantics, and Ontology» (1950).

51. Alan Richardson ha tratado este tópico excelentemente en su «Epistemology to the Logic of Science...» (1996).

52. El ataque de Quine a Carnap está concentrado en sus dos artículos de 1951 y 1963.

Éste no es el lugar para entrar en detalle sobre esta crítica. En lugar de eso quiero afirmar que, si bien podemos reconocer lo acertado de la crítica de Quine, ello no nos conduce a afirmar que el fenómeno que Carnap estaba intentando caracterizar, la presencia de principios *a priori* en todo marco lingüístico, no existe. Por ende, tampoco la imposibilidad de proporcionar criterios necesarios y suficientes para identificar principios *a priori* nos conduce a un holismo exagerado como el de Quine. Pero de este tema, que ya no es parte de la investigación histórico-filosófica que he propuesto, haré mención en el capítulo siguiente.

Capítulo 6

INVARIANCIA Y *A PRIORI* CONSTITUTIVO: ESBOZO DE UN PROYECTO ALTERNATIVO

Al comienzo de este trabajo ensayé una interpretación de la teoría de la constitución de la experiencia de Kant que hizo énfasis en el rol de la unidad sintética de apercepción como principio formal de síntesis responsable de toda formación de objetos. Asimismo, si bien argumenté a favor de la plausibilidad de esta lectura, la cual es compatible con su rechazo de la metafísica del racionalismo de su tiempo —que sostenía que todo el conocimiento sustantivo tenía orígenes innatos—, también apunté que el filósofo de Könisberg no fue capaz de sacudirse completamente la influencia de ese racionalismo, concibiendo nuestro esquema conceptual constitutivo con características específicas que nos restringían a un mundo de naturaleza euclidiana y newtoniana.

A la luz de los cambios revolucionarios ocurridos en las matemáticas, concretamente en la geometría, filósofos como Helmholtz y Poincaré cuestionaron el último punto de la concepción kantiana del conocimiento, y se dieron a la tarea de «liberalizar» el contenido de lo *a priori* tanto como fuera posible, tanto como para ser compatible con los desarrollos que la geometría estaba presentando. Pero como espero haber mostrado, esto no significó que se perdiera el interés en el aspecto constitutivo de lo *a priori*. No sólo Helmholtz y Poincaré abrazaron una concepción de esta clase; también, a su manera, lo hicieron algunos de los geómetras implicados en los desarrollos no sólo de las geometrías no-euclidianas, sino también de la geometría proyectiva. Por citar sólo dos casos, Giuseppe Veronese (1854-1917) y Felix Klein (1849-1925) se cuestionaron si a pesar del alto grado de abstracción que la geometría había alcanzado durante su desarrollo en el siglo XIX todavía tenía algo que ver con

la experiencia. Veronese consideraba que la geometría es la ciencia experimental más exacta, y rechazaba verla como un sistema de manipulación meramente convencional. De peculiar importancia son sus observaciones sobre los procesos de «idealización» en la construcción de nuestras relaciones espaciales. Creía que la materia prima de los sentidos debe ser elaborada intelectualmente, y que en orden a obtener el amplio rango de hipótesis para entender el orden objetivo de las cosas, debemos suponer la existencia de ciertas «formas ideales» que no pueden ser aprehendidas por los sentidos. Admitía que la construcción de geometrías cuya dimensionalidad es mayor que 3 implica un proceso en el cual la intuición es fusionada con la abstracción pura, ya que las configuraciones de tales espacios no pueden ser completamente intuidas. La materia prima de las impresiones sensoriales debe ser sometida a las operaciones de nuestra mente antes de que pueda ser útil como punto de partida para consideraciones matemáticas. Aunque la geometría se define aquí como una ciencia experimental exacta, no obstante, el papel lógico de la experiencia es completamente diferente. Comenzamos desde consideraciones empíricas, desde ciertos hechos de la intuición sensorial, pero esos hechos sólo sirven como una especie de trampolín desde el cual ascendemos a la concepción de sistemas universales de condiciones que no poseen correlato sensible alguno. Los contenidos sensoriales forman la primera ocasión, pero no expresan ni el límite ni el significado real de la construcción matemática de los conceptos.

También Klein creyó que sus estudios formales tenían una repercusión fundamental tanto en el modo en que se realizan las medidas físicas como en lo tocante a nuestra forma de intuición sensorial. En efecto, para Klein la geometría y en general las matemáticas, a pesar de que constituye un sistema puramente formal, posee también un significado que la hace relevante para los hechos de la experiencia. De fundamental importancia son sus observaciones sobre el carácter de la intuición y su relación con los axiomas. Desde su punto de vista, nuestra intuición espacial es esencialmente inexacta, tanto si se toma como aprehensión abstracta de los rasgos del espacio puro, como si se toma en el sentido de una percepción concreta de configuraciones físicas. Sostiene, en cambio, que un axioma es un «postulado» por medio del cual se introducen enunciados exactos en situaciones inexactas. Dijo en 1898:

> Estableceré mi punto de vista de una manera general: los resultados de cualquier observación son válidos sólo dentro de ciertos límites de exactitud y bajo condiciones espaciales; al establecer los axiomas sustituimos esos resultados por enunciados que tienen una precisión y generalidad absolutas. En mi opinión, la naturaleza esencial de los axiomas de la geometría ha de ser encontrada en esta «idealización» de los datos empíricos [citado en Nagel 1979: 248].

Como es explícito en la cita, para Klein los axiomas de la geometría no son registros de observaciones anteriores, sino que constituyen postulados para organizar la experiencia.

Así, lo abstracto, lo puramente formal, comienza a verse como herramienta constitutiva de la experiencia, como principios de orden de lo dado en la experiencia sensorial inmediata. Esta idea, como hemos visto a lo largo de estas páginas, maduró y se hizo completamente explícita en el pensamiento de Cassirer, Reichenbach y Carnap. El reto, para dichos filósofos, fue concebir lo *a priori* constitutivo como algo que no tuviera la forma de un principio o enunciado particular, porque cualquiera de ésos podrían ser transformados, o reemplazados, o rechazados.

Mi visión particular sobre el tópico, que presentaré someramente a continuación, es deudora de esta tradición que, conjuntamente a la asunción de la tesis kantiana de que la experiencia es sólo posible por la operación de ciertas funciones conceptuales *a priori,* entiende que éstas han de ser vistas con tal generalidad que permita su compatibilidad con el fenómeno histórico del cambio conceptual.

Al igual que Kant, comenzaré planteando mi problema a través del reconocimiento de un *factum* acerca de nuestro conocimiento. En efecto, así como Kant partió del hecho de que nuestro conocimiento empírico y matemático exhibía ciertos rasgos fundamentales, partiré de un hecho reconocible en una gran diversidad de manifestaciones culturales; a saber, que las mismas presentan la característica de la simetría o invariancia. Asimismo, de una manera también kantiana, plantearé mi propuesta acerca de lo *a priori* a través de una pregunta de corte trascendental; a saber, ¿qué rasgos característicos ha de poseer nuestra estructura subjetiva para que sus productos, el conocimiento, presenten la característica de la simetría? La respuesta será que para explicar dicha característica debemos pensar en una fun-

ción sintética que, al recorrer una cierta diversidad, sea capaz de agruparla según cierto significado, constituyendo así diferentes dominios de objetos cuya característica fundamental es su invariancia. Esta función sintética, conceptualmente básica y *a priori,* puede ser reconstruida racionalmente usando el concepto matemático que se encuentra en la base de la simetría; a saber, el concepto de grupo de transformaciones. Pero permítaseme desarrollar mi posición más cuidadosamente.

Algunas simetrías fundamentales: simetrías en física, matemáticas y la percepción

El de simetría es un concepto antiguo. El término griego συμμετρια, que deriva de σύν (con, junto) y μέτρον (medida), indicaba una relación de conmensurabilidad. Pero el término muy pronto adquirió un significado más amplio, siendo el de conmensurabilidad un caso particular: el de una relación de proporción, basada en números enteros y con la función de armonizar los diferentes elementos en un todo unitario. Desde el comienzo, pues, la idea de simetría estuvo relacionada con la de armonía, belleza y unidad, lo que la hizo tan apta para su papel en las teorías de la naturaleza. En el *Timeo* de Platón, por ejemplo, se le da a los poliedros regulares un lugar preponderante en la doctrina de los elementos naturales por las proporciones que contienen y por la belleza de sus formas: el fuego tiene la forma de un tetraedro regular; la tierra la forma de un cubo; el aire la forma de un octaedro regular, y el agua la forma del icosaedro regular. Otro ejemplo paradigmático del uso de esas figuras en la representación física lo provee el *Mysterium cosmographicum* de Kepler, escrito en 1596, donde presenta una arquitectura planetaria basada en los cinco sólidos regulares.[1]

Las figuras regulares usadas en la constitución del mundo de Platón y la física de Kepler debido a las armonías y proporciones que contenían son simétricas en otro sentido que no está relacio-

1. Éstos son sólo dos ejemplos extraídos al azar de la historia de la ciencia y la filosofía. Anteriormente al surgimiento de las matemáticas entre los griegos, muchas otras culturas primitivas usaron las representaciones geométricas para describir el universo. Sobre este punto puede consultarse el libro de Hallpike (1979).

nado con la proporción. En el lenguaje de la ciencia moderna, la simetría de las figuras geométricas —tales como los polígonos y los poliedros regulares— es definida en términos de su invariancia bajo grupos específicos de rotaciones y traslaciones. ¿De dónde proviene esta definición? Al lado de la noción antigua de simetría usada por los griegos y los romanos, surgió en la época moderna una nueva noción de simetría basada no en las relaciones de proporción sino en la relación de igualdad. Más precisamente, está basada en una relación de igualdad entre elementos que son opuestos, como las partes derecha e izquierda de una figura. Esta noción, explícitamente reconocida y definida por Claude Perrault en 1673, no es otra que nuestra noción de simetría basada en la reflexión respecto de un elemento considerado fijo. Este concepto de simetría basada en la reflexión tiene ahora una definición precisa en términos de invariancia bajo el grupo de reflexiones, que representa un caso particular de la noción teorético-grupal de simetría usada corrientemente en la ciencia moderna. Pero entre la noción de Perrault y la noción teorético-grupal abstracta de simetría hay algunos pasos importantes a tener en cuenta. Primero, tenemos la interpretación de la igualdad de las partes con respecto al todo en el sentido de su intercambiabilidad. Luego, tenemos la introducción de operaciones matemáticas específicas, tales como la rotación, traslación y reflexión, que son usadas para describir con precisión de qué manera las partes se intercambian. Como resultado, llegamos a una definición de simetría de una figura geométrica en términos de su invariancia cuando partes componentes iguales son intercambiadas según una de las operaciones especificadas. Así, cuando las dos mitades de una figura bilateralmente simétrica son intercambiadas por reflexión, recobramos la figura original, y se dice que dicha figura es invariante bajo la reflexión derecha-izquierda. Esto se conoce como una noción cristalográfica de simetría, dado que fue así definida en el contexto de los desarrollos en cristalografía. El siguiente paso clave es la generalización de esta noción a la definición de simetría teorético-grupal, que surgió respecto al desarrollo del concepto algebraico de grupo en el siglo XIX y dado que se encontró que las operaciones de simetría de una figura satisfacen las condiciones para formar un grupo.[2]

2. En la siguiente sección se da una definición cuidadosa del concepto de grupo y sus características.

Es esta última caracterización de simetría la que nos interesa aquí, la cual podríamos definir de la siguiente manera: *simetría es la invariancia de un objeto o sistema frente a una transformación*. La *invariancia* es la igualdad o constancia del sistema en cuanto a forma, apariencia, composición, disposición, etc., y una *transformación* es la acción abstracta que aplicamos al sistema para llevarlo de un estado a otro equivalente.

Como ya se ha apuntado, el uso de esta herramienta en las matemáticas y la física data de mucho tiempo atrás, siendo su atractivo fundamental el que nos arroja una unidad regular entre elementos distintos pero equivalentes. Pero como veremos a continuación, el uso de esta idea respecto a la teoría de la percepción también se ha mostrado fructífero.

Comencemos con las matemáticas y en particular con la geometría. Si planteamos la pregunta acerca de qué debemos considerar como una geometría, la respuesta es: aquellas propiedades que permanecen invariantes a través de ciertas transformaciones espaciales. Es decir, aquellas estructuras que persisten cuando variamos la posición absoluta de esta estructura en el espacio, cuando aumentamos o disminuimos proporcionalmente la magnitud absoluta de sus partes, o cuando finalmente revertimos la ordenación de las partes individuales, como cuando sustituimos la figura original por otra que se relaciona con ella como con su imagen en el espejo.

Klein convirtió a esta idea en el centro del llamado Erlanger Programm, que podemos apreciar en el siguiente pasaje: «Dado cualquier grupo de transformaciones en el espacio que incluye el grupo principal como un subgrupo, la teoría invariante de este grupo proporciona un tipo definido de geometría, y toda posible geometría puede ser obtenida de esta forma» (Klein 1939: 133). El sentido de este pasaje puede ser explicado de la siguiente manera: las diferencias entre las geometrías son, de hecho, las diferencias entre las relaciones que ellas exploran. Las relaciones o propiedades que una geometría explora son aquellas que son invariantes bajo un conjunto o grupo de transformaciones; las propiedades invariantes y las transformaciones permitidas se determinan mutuamente una a otra, de modo que la geometría puede ser caracterizada por las propiedades invariantes o el grupo de transformaciones.

Los grupos de transformaciones a los cuales se someten las figuras geométricas varían en su grado de radicalidad, y en la medida en que esta radicalidad es mayor las propiedades invariantes son también más generales. Esto posibilita clasificar las geometrías en relación con este grado de generalidad producido por el grado de radicalidad en las transformaciones, cada una conteniendo a la anterior. En la cima de la clasificación encontramos la topología, a ésta le sigue la geometría proyectiva, y a ésta la geometría euclidiana. Esta última constituye el estudio de las propiedades invariantes bajo el grupo de los así llamados movimientos rígidos; a saber, traslación, rotación y reflexión, siendo la propiedad esencial preservada por este grupo de movimientos la distancia, es decir, la característica de la isometría. La geometría proyectiva es el estudio de las propiedades de conjuntos de puntos que son invariantes bajo el grupo de transformaciones proyectivas. Estas transformaciones, que posibilitan las así llamadas figuras de perspectiva, constituyen un mapeo uno-a-uno sobre puntos, es decir, existe una correspondencia uno-a-uno de elementos correspondientes y una relación de incidencia compartida por dichos elementos. Las relaciones que se preservan bajo estas condiciones son las de incidencia y existencia, con completa independencia de relaciones de magnitud. Por último, la topología es el estudio de las propiedades de un conjunto de puntos bajo el grupo de transformaciones bicontinuas del espacio sobre sí mismo. La propiedad invariante fundamental que arroja el conjunto de transformaciones topológicas es la de conectividad de un conjunto de puntos.[3]

Pasemos ahora al caso de la física. El primer estudio explícito de las propiedades de invariancia de las ecuaciones de la física está conectado con la introducción, en la primera mitad del siglo XIX, de la aproximación transformacional al problema del movimiento en el marco de la mecánica analítica. Usando la formulación de las ecuaciones dinámicas de la mecánica debidas a Hamilton, Jacobi desarrolló un procedimiento para llegar a la solución de las ecuaciones del movimiento basada en la estrategia de aplicar transformaciones a las variables que dejen invariantes a las ecuaciones hamiltonianas, transformando paso a paso los

3. Para una clara y completa elucidación de estos conceptos véase Meserve (1955).

problemas originales en otros nuevos que son más simples pero perfectamente equivalentes. Esta teoría de Jacobi, aunque introducida con el propósito meramente instrumental de resolver problemas dinámicos, condujo a una línea muy importante de investigación: el estudio general de las teorías físicas en términos de sus propiedades de transformación. Ejemplos de esto son los estudios de invariantes bajo transformaciones canónicas, tales como las de Poisson y Poincaré; la teoría de las transformaciones continuas debida a Lie; y, finalmente, la conexión entre el estudio de los invariantes físicos y la teoría de los invariantes algebraicos y geométricos que floreció en la segunda mitad del siglo XIX, y que estableció el fundamento para la aproximación geométrica a los problemas dinámicos. El uso de las matemáticas de la teoría de grupos para estudiar las teorías físicas fue central al trabajo, a comienzos del siglo XX en Göttingen, del grupo cuyas figuras centrales fueron Klein y Hilbert, a los cuales luego se unieron Weyl y Noether.

Es importante comentar que en el uso temprano del recurso a las simetrías, éste procedía a través del estudio de las propiedades de simetría de las ecuaciones físicas ya dadas. Hubo, no obstante, un cambio en esta manera de proceder, partiendo de la asunción de que ciertas simetrías son fundamentales en la naturaleza. El caso más antiguo del uso de esta estrategia es la discusión de Galileo sobre el movimiento de la tierra en los *Diálogos sobre los dos sistemas del mundo,* de 1632. Allí Galileo prueba, sobre la base de la asunción de la simetría entre el reposo y una cierta clase de movimiento, que no es posible detectar si la tierra se mueve o está en reposo, valiéndose de una analogía con la posición de un sujeto dentro de la cabina de un barco. Sin embargo, el uso de esta estrategia de la suposición de simetrías fundamentales en la naturaleza no emergió con toda su fuerza hasta la obra de Einstein, quien estableció que los principios de invariancia espacio-temporales globales son válidos para todas las leyes de la naturaleza.

A su vez, dicho carácter universal de los principios de invariancia espacio-temporales no fueron compartidos con las nuevas simetrías físicas introducidas con posterioridad en la física, las cuales están relacionadas con rasgos específicos del mundo microscópico. La simetría basada en la permutación descubierta por Heisenberg respecto a la indistinción de las así llamadas

partículas cuánticas idénticas, fue la primera simetría no-espacio-temporal introducida en la microfísica, y también la primera simetría tratada con las técnicas de la teoría de grupos en la mecánica cuántica.

Como se ve, el desarrollo de la física desde la época moderna se encuentra dominado por el uso de los principios de simetría, mostrando cada uno de sus estadios el éxito de aplicar dichos principios al tratamiento de los fenómenos físicos.[4]

Finalmente, permítaseme considerar la cuestión de la percepción. De acuerdo con una tesis sostenida ya por psicólogos de la talla de Katz, Buehler, Frischeisen-Kohler, y defendida en nuestros días por investigadores como Roger Shepard entre otros, la percepción no se encuentra confinada a un «aquí y ahora», sino que expande el dato particular y lo integra en una experiencia total, y es sólo en virtud de esta integración que la percepción puede ejercitar su función propia como un factor objetivo en el conocimiento. Si la percepción estuviera limitada al flujo de las impresiones se desintegraría, pues cada una de esas impresiones presenta la medida, la forma y el color de los objetos de una manera diferente.

Como una cuestión de hecho, sostienen los psicólogos, la percepción no se atiene a esta sucesión caleidoscópica de imágenes, sino que construye desde ellas la verdadera forma perceptiva. Por ejemplo, dependiendo de las circunstancias en las que un objeto es visto, la iluminación solar se encuentra sujeta a una gran variación en composición espectral. La luz que golpea un objeto directamente desde el sol, puede ser más fuerte en mediana longitud de onda (amarillos), la luz esparcida sobre un objeto desde un cielo claro puede ser más fuerte en baja longitud de onda (azules), y la luz desde un entorno solar puede ser más fuerte en longitudes de onda altas (rojos). Dependiendo de tales condiciones de la visión, la luz esparcida a nuestros ojos desde cualquier objeto dado puede estar fuertemente dirigida hacia longitudes de onda bajas, medias o altas, y así hacia amarillos, azules o rojos. Sin embargo, a pesar de esas grandes variaciones en la luz que una superficie esparce sobre nuestros ojos bajo esas diferentes condiciones, el color que percibimos en una su-

4. Para varios ejemplos ilustrativos del uso de principios de simetría en física, véase Brading y Castellini (2003) y van Fraassen (1989).

perficie permanece como una propiedad fija y aparentemente inherente a la cosa misma.[5] Así, a pesar de su enorme fluctuación, la percepción manifiesta una cierta estabilidad, un cierto grado de invariancia en la forma y las propiedades de los objetos.

Como lo he expresado en el título de esta sección, sólo he considerado, por mor de la brevedad, algunos casos notables de manifestación de invariantes en el conocimiento. Asimismo, en la química, la biología y el arte mismo, también podemos encontrar la exhibición de la misma estructura.[6] Las consideraciones anteriores me llevan a afirmar la que podemos llamar la «tesis de la mismidad»,[7] la tesis de que hay un rasgo común en las diferentes formas de conocimiento que se manifiesta bajo la forma de una simetría en sus elementos. En la siguiente sección trataré de responder a la pregunta de qué hace posible dicha característica común en las diferentes manifestaciones cognoscitivas.

Simetría y principios trascendentales

Como dije anteriormente, presentaré la cuestión que me ocupa bajo la forma de una pregunta trascendental; a saber, ¿qué rasgos ha de tener la conciencia si los productos de la cognición presentan una característica esencialmente simétrica? Para comenzar a responder esta pregunta, permítaseme volver a algunos aspectos del pensamiento kantiano.

El primer elemento que me interesa rescatar del punto de vista de Kant es la idea de que la cognición opera, en todos sus niveles, a través de la introducción de ciertos elementos básicos dentro de una estructura que les otorga un estatus completamente diferente al original. Es decir, en cada uno de los momentos en los que, según Kant, se construye el objeto de conocimiento, opera una verdadera sustitución de una realidad por otra de un nivel de estabilidad y exactitud diferentes. Este cambio en la naturaleza del objeto de cognición procede, de acuerdo con Kant,

---

5. Para más detalles, véase Shepard (1992) y Maloney y Wandell (1986).

6. Para una muestra comprehensiva de las diferentes formas de conocimiento que muestran una estructura simétrica, véase Mainzer (1996).

7. La expresión es de Thomas Mormann, quien la aplica a la idea de Cassirer del elemento idealizatorio común a las matemáticas y a la física. Véase su «Synthetic Geometry and *Aufbau*».

a través de lo que llama una *síntesis* de los elementos básicos que lo componen. Esta síntesis no procede, claro está, a la manera empirista ingenua, como una simple suma de elementos semejantes, sino regulada por estructuras conceptuales bien especificadas. Así, una intuición empírica se constituye mediante la reunión sintética de caracteres dados en la sensibilidad de acuerdo con la forma del sentido externo; a saber, el espacio. Éste dicta la regla mediante la cual los atributos se ordenan conformando figura, magnitud y relaciones con otros objetos. Lo que surge de esta transformación de lo dado inicial es un individuo, algo que no estaba antes en la mera presentación caótica de atributos cualitativos. En el siguiente paso, la síntesis por conceptos, los individuos que son sujeto de la intuición empírica se colocan en ciertas relaciones nomológicas determinadas *a priori* por el entendimiento.

Lo que obtenemos como resultado de estas diferentes síntesis es una visión del mundo cuyo rasgo principal es su estabilidad. Esta estabilidad, que constituye la solución kantiana al problema del escepticismo empirista, se manifiesta precisamente en la exhibición de una estructura que permanece a través de los cambios, en la constitución de un mundo que permanece invariante a través del flujo de las experiencias particulares. Pero, ¿cuál y de qué naturaleza es la función cognitiva que posibilita la constitución de esta estabilidad? Como vimos oportunamente en nuestro cap. 2, de acuerdo con Kant, la función constitutiva básica es la originaria unidad sintética de apercepción, la cual vimos como un principio formal sintético originario responsable no sólo de la constitución de nuestras experiencias perceptivas individuales, sino de la conjunción de las mismas en una totalidad ordenada, estable y consistente, es decir, es el principio responsable de la objetividad de nuestra visión del mundo.

Es esta facultad fundamental de enlace de las representaciones la que posibilita la construcción de juicios sintéticos y, por ende, la construcción de conocimientos. Conocer es, desde el punto de vista de Kant, construir un objeto mediante la reunión sintética de caracteres e introducirlo dentro de una totalidad consistente. Y esto se sostiene tanto del conocimiento empírico como del matemático. Ambos tipos de conocimiento son sintéticos, esto es, proceden a través de la construcción de sus objetos mediante la síntesis de ciertos elementos básicos, el primero *a*

posteriori y el segundo *a priori*.[8] Ambos tienen en su base el mismo principio formal de síntesis y ambos construyen objetos cuya característica fundamental es su estabilidad, la cual se constituye a través de la misma función formal que no sólo reúne las representaciones entre sí para conformar los objetos, sino que al remitirlos a la unidad básica de la conciencia los coloca en una relación permanente entre sí. Dicha relación en la que caen, por así decirlo, las diferentes representaciones para dotarlas de unidad es el concepto. Pero un concepto nunca opera, según Kant, directamente sobre las representaciones empíricas particulares. Debido tanto a la naturaleza eminentemente formal del concepto como al carácter particular de las representaciones empíricas, existe una heterogeneidad fundamental entre ambas representaciones de la mente. Por ende, para poder ser aplicado a las representaciones empíricas, es decir, para que éstas sean subsumidas bajo un concepto, éste necesita, por así decirlo, *atraer* hacia sí a las representaciones empíricas. Esto procede a través de la creación, por parte de la imaginación productiva *a priori*, de una representación que *transforma* una vez más las representaciones empíricas dadas de acuerdo con la regla dictada desde el concepto, para hacer a dichas representaciones objeto de subsunción por parte del mismo. A esta representación mediadora la llama Kant «esquema de un concepto». Si el obispo Berkeley había rechazado cualquier posibilidad de que pudiera concebirse una representación que no fuera de un objeto particular, Kant, viendo el problema de la aplicabilidad de conceptos generales como el de triángulo, cuyas instancias siempre parecen ser ejemplos de triángulos de alguna clase específica, concibió la idea de un esquema que captura las propiedades comunes a una cierta clase de objetos y las representa ante la mente. Dice Kant respecto al esquema de un triángulo: «Ninguna imagen de un triángulo se adecuaría jamás al concepto de triángulo en general. En efecto, la imagen no alcanzaría la universalidad conceptual que hace que el concepto sea válido en relación con todos los triángulos, sean rectángulos, oblicuángulos, etc., sino que siempre estaría limitada a una sola parte de esta esfera. El esquema del triángu-

8. Podría decirse fundadamente que en Kant ya se encuentra el esbozo de la que he llamado la «tesis de la mismidad», esto es, la idea de que la construcción de conocimientos en diferentes áreas procede a través de una misma función conceptual y, por lo tanto, exhibe la misma estructura.

lo no puede existir más que en el pensamiento, y significa una regla de síntesis de la imaginación respecto de figuras puras en el espacio» (*ibíd.*: B180). Lo que Kant sugiere es que la imaginación productiva, regida por el concepto, recorre una variedad de representaciones particulares capturando-imponiendo, no abstrayendo, las propiedades comunes e invariantes a través de esa variedad, las cuales constituyen el esquema del concepto y el objeto al cual éste se aplica de una manera inmediata. Éste es el objeto genuino de predicación para Kant. Las representaciones particulares, las cuales «no coinciden plenamente con el concepto» (*ibíd.*: B181), no son los objetos que caen bajo éstos. Los objetos genuinos, representados por los esquemas, contienen ya la regla universal encerrada en el concepto, el cual descubre las propiedades invariantes a través del flujo de las representaciones particulares.

De este modo, a la pregunta acerca de cuál y de qué naturaleza es la función cognitiva responsable de la constitución de los objetos de experiencia en tanto que elementos permanentes a través del flujo de la experiencia, respondemos, siguiendo a Kant, que se trata de una función sintética y formal. Tal vez Kant la caracterice de una manera oscura, dado que no tenía a su alcance herramientas formales apropiadas para ello. Sin embargo, la filosofía neokantiana posterior,[9] haciéndose eco de los desarrollos ocurridos en las matemáticas, especialmente en el álgebra, vislumbró la posibilidad de articular la idea de esa función sintética básica productora de simetría en la experiencia, a través de un concepto algebraico fundamental, el concepto de *transformación* y de *grupo de transformaciones*.

Aquí deseo defender la idea de que dicho concepto todavía puede servirnos para caracterizar esta función constitutiva de la experiencia, la cual exhibe una estructura de objetos permanentes en relaciones también permanentes.

Los conceptos de *transformación* y *grupo de transformaciones* se deben a dos eminentes matemáticos ingleses: Arthur Cayley (1821-1895) y James Sylvester (1814-1897). Una transformación es un mapeo de A sobre B tal que cada elemento de B es la imagen de exactamente un elemento de A. Es decir, una trans-

9. Me refiero, claro está, a Helmholtz y Poincaré, a quienes estudiamos en nuestro cap. 3.

formación es un mapeo que es uno-a-uno y sobre. Un grupo de transformaciones, por su parte, de un conjunto A sobre sí mismo es un conjunto S no vacío junto con una operación tal que: 1) si *f* y *g* están en S, entonces *fg* y *gf* están en S; 2) si *f, g* y *h* están en S, luego *(fg)h = f(gh)*; 3) hay un único elemento en S que satisface $If = fI = f$ para todo *f* en S; y 4) dado *f* en S, existe un único elemento f^{-1} que satisface $f^{-1}f = ff^{-1} = I$.

Al igual que ya lo había sido el número, el concepto de grupo es visto como un principio fundamental de orden, con la diferencia que lo que se trae a una unidad no son elementos sino operaciones. La creación de la serie de los números naturales empezó con haberse fijado un primer elemento y con haberse dado una regla que permite generar siempre nuevos elementos mediante su repetida aplicación. Todos los elementos fueron unidos en una totalidad unitaria en virtud de que cada conexión efectuada entre elementos de la serie de los números «define» un nuevo número. Si formamos la suma de dos números *a* y *b* o bien su diferencia, su producto, etc., los valores $a + b$, $a - b$, $a \cdot b$ no salen de la serie básica sino que pertenecen a ella misma ocupando una posición determinada en ella, o bien pueden ser referidos indirectamente a los elementos de la serie básica de acuerdo con reglas fijas. Así pues, por más que avancemos a través de nuevas síntesis, tenemos la seguridad de que el marco lógico de nuestra investigación no será nunca completamente roto, por más que se tenga que ampliar. La idea del reino unitario de los números significa justamente que la combinación de operaciones aritméticas, por numerosas que sean, conduce siempre finalmente a elementos aritméticos. En la teoría de grupos se eleva el mismo punto de vista a un grado de estricta y verdadera universalidad, ya que en dicha teoría se ha eliminado, por así decirlo, el dualismo de «elementos» y «operación»; la operación misma se ha convertido en elemento. Así como Kepler llamó al número el «objeto del espíritu» que nos permite ver la realidad, podemos decir también válidamente de la teoría de grupos, la cual ha sido llamada el ejemplo más brillante de matemática puramente intelectual,[10] que ella ha hecho posible la interpretación de ciertas conexiones espaciales, físicas y perceptivas.

---

10. La expresión pertenece a H. Weyl. Véase su *Filosofía de las matemáticas y de la ciencia natural* (1965).

Desde mi punto de vista, la función sintética básica *a priori* constitutiva del objeto de experiencia, que Kant llamó «originaria unidad sintética de apercepción», encuentra en el concepto de grupo su formulación exacta.

Ya hemos visto en la sección anterior algunas de las «aplicaciones» de este concepto. Ahora comentaré, aunque más brevemente, dos temas fundamentales relacionados con la hipótesis de que el concepto de grupo constituye una función intelectual *a priori* constitutiva de los objetos de experiencia, a saber: la que tiene que ver con el procedimiento constitutivo mismo, y la de si podemos hablar también de «trasformaciones admisibles» *a priori*. Permítaseme comenzar con el segundo asunto. El problema que esta cuestión nos plantea es doble: por un lado, no podemos ignorar el desarrollo de la ciencia, el cual nos enseña la postulación de modelos teóricos diferentes cada uno de los cuales instituye un conjunto de transformaciones admisibles y con ello determina cierto orden de invariancia; por otro lado, junto a estos grupos de transformación, que conforman las categorías del pensar más refinado, pensamos otro conjunto de transformaciones ahistóricas, que son los lugares comunes del pensar menos refinado pero, con todo, constituyen el núcleo indispensable del equipamiento conceptual de los seres humanos más sofisticados.

Es interesante notar que a Kant el problema no le aparecía bajo este doble aspecto, pues desde su punto de vista, y desde el punto de vista del siglo XVIII, existía una continuidad entre el sentido común y el saber científico, entre la imagen manifiesta y la imagen científica, para usar una expresión de W. Sellars. Para ponerlo en otros términos, las categorías del pensamiento científico son las categorías del pensamiento en general. Sin embargo, los desarrollos posteriores, tanto en las matemáticas como en la física-matemática, mostraron una creciente separación de las categorías de estas ciencias de las del sentido común. Este fenómeno ha sido interpretado por algunos como un desarrollo del conocimiento desde formas y contenidos subjetivos hacia formas siempre más objetivas y libres de elementos antropomórficos, mientras que otros se han negado a considerar a la imagen manifiesta como de menor rango de objetividad que la imagen científica.[11]

---

11. El representante paradigmático de la primera posición es W. Sellars, de la segunda H. Putnam, aunque ya en la primera mitad del siglo XX Husserl había defendido una posición semejante. Del primero véase su *Ciencia, percepción y realidad* (1971), del segundo su *Las mil caras del realismo* (1994), del tercero su *La crisis de las ciencias europeas...* (1990).

Desde nuestro punto de vista, si bien la ciencia exhibe un desarrollo siempre cambiante en el orden de la postulación del conjunto de transformaciones admisibles, no puede proceder, para hacer posible este cambio, desde una situación de vacío conceptual. El trasfondo desde el cual la ciencia misma cambia sus conjuntos de categorías no puede ser a su vez sujeto a cambio, constituyendo la condición racional del cambio de las primeras la permanencia de la razón, al menos en su forma más pura.

Así, conceptos fundamentales como los de espacio, tiempo y causalidad, que están presentes en toda teoría física, pueden verse, desde el punto de vista trascendental, como conceptos ahistóricos cuyo contenido original ha de ser de un nivel de generalidad tal como para ser compatibles con el sentido dado desde las diferentes teorías físicas. Para ponerlo de otra forma, la relación entre dichos conceptos y el contenido proporcionado desde las diferentes teorías es como la relación de género a especie. Por ejemplo, el concepto *a priori* de espacio debe ser pensado como un género cuyas especificaciones están conformadas por los axiomas de las geometrías particulares. Este concepto puede ser caracterizado de una manera simple como *la forma de coexistencia en general*, compatible al menos con los tres casos clásicos de geometrías de curvatura constante.

De la misma forma pueden caracterizarse los conceptos de tiempo, sustancia y causalidad: la forma de la sucesión en general, la regularidad de los fenómenos y la permanencia del mundo.

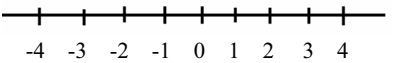
Pasemos ahora a la cuestión del procedimiento constitutivo, pensado ahora desde nuestros conceptos de transformación y grupo de transformaciones.

En nuestro análisis anterior de la posición de Kant habíamos visto que éste, considerando la heterogeneidad existente entre intuición y concepto, pensó la necesidad de que la imaginación productiva, regida por el entendimiento, construya una representación, común a una variedad dada en la intuición, que constituya el objeto genuino de subsunción por parte de un concepto.

Desde nuestro punto de vista, si bien Kant estaba capturando la idea fundamental de un objeto como conjunto de propiedades que permanecen invariantes a través de una variedad, al no contar con herramientas más sofisticadas complicó enormemente el proceso, con el resultado de que, en sus propias palabras: «[...] el esquematismo del entendimiento constituye un arte

oculto en lo profundo del alma humana. El verdadero funcionamiento de este arte difícilmente dejará la naturaleza que lo conozcamos y difícilmente dejará que lo pongamos al descubierto» (*ibíd.*: B181).

Tal vez la aplicación de los conceptos de transformación y grupo de transformaciones a un caso concreto nos ayude a vislumbrar una alternativa más optimista del procedimiento constitucional de los objetos. Permítaseme para ello tomar un caso sencillo de la geometría. Considérese los puntos sobre una línea numérica en la siguiente figura:



Podemos expresar las transformaciones de los puntos Px sobre esta línea en términos de sus coordenadas ya que existe un isomorfismo entre los puntos y sus coordenadas. Ahora imagínese la siguiente transformación: muévase cada punto 4 unidades a la derecha. Bajo esta variación (técnicamente conocida como traslación) todos los puntos son cambiados. –2 se vuelve 2, –1 se vuelve 3, 0 se vuelve 4, 1 se vuelve 5, 2 se vuelve 6, etc. ¿Qué es lo que todos estos cambios tienen en común? Podríamos escribir una pequeña ecuación para expresarlo: la coordenada x′ del punto correspondiente al punto Px se relaciona con la coordenada x mediante la ecuación $x' = x + 4$. Bajo esta transformación no hay puntos invariantes. Si queremos podríamos generalizar desde esta base: cada ecuación de la forma $x' = x + a$ representa una traslación de los puntos Px a los puntos $Px' = Px + a$. Pero ahora podemos preguntar, ¿hay algo que permanezca invariante bajo esta transformación? La respuesta es sí. La *distancia* permanece invariante, pues $x1 – x2 = x'1 – x'2$, dado que vemos que esta última ecuación se sostiene aunque todos los puntos cambien según la fórmula $x' = x + a$.

Ahora bien, ¿cómo explicamos la constitución de esta propiedad invariante que caracteriza a ciertos objetos de la geometría euclidiana?

En nuestro ejemplo, tenemos la variación específica $x' = x + 4$ bajo la cual no hay puntos invariantes. Es también inmediatamente evidente que no habrá puntos invariantes bajo la varia-

ción x′ = x + a para cualquier elección de a (diferente de 0). Para poder aprehender una propiedad permanente es menester considerar una multiplicidad de variaciones. Si hay conciencia de una tal propiedad permanente debe darse una coincidencia entre las variaciones, la cual surge del acto de recorrer dichas variaciones en tanto que tales; x1 – x2 = x′1 – x′2 (la distancia) surge como invariante para nosotros una vez que vemos, en el caso donde x′ = x + 4, que hay una coincidencia entre las variaciones 4 – 2 y 8 – 6, 2 – 1 y 6 – 5, etc. Hay algo que esos diferentes pares de expresiones tienen en común aunque seamos conscientes de ellas en diferentes momentos. Contra este trasfondo de variaciones x1 – x2 = x′1 – x′2 emerge como una unidad sintética. Lo que tenemos aquí es una «síntesis de identidad», para tomar una expresión de Husserl.

La identidad es sintética en el sentido en que surge o puede producirse desde actividades mentales que están teniendo lugar en momentos diferentes. Debido a que esas actividades mentales tienen duración temporal y ocurren en diferentes momentos, debe haber alguna función cognitiva sintetizadora que está teniendo lugar a través de ellas.

La conclusión fundamental que emerge de estas consideraciones es que, desde este punto de vista, un objeto se constituye desde una variedad dada y una relación entre los miembros de dicha variedad. Para constituir un particular como objeto, es necesario que recorramos una cierta variedad y aprehendamos las propiedades que permanecen invariantes a través de la misma. Estas propiedades, que constituyen la esencia del objeto, son, claro está, constitutivas del mismo. Los particulares que habitualmente llamamos «objetos» ya poseen el rasgo permanente compartido con otros particulares y determinados por la función que los relaciona. Ello asegura que percibamos las cosas bajo ciertos aspectos permanentes, invariantes, y que, por esta razón, las consideremos como objetivamente existentes.[12]

12. La cuestión de la objetividad es algo que no puedo tratar en este lugar. Para un esbozo de teorías de la objetividad que utilizan la noción de invariancia, véase Nozick (2001), T. Debs y M. Redhead (2007) y mi «Simetrías, principios trascendentales y objetividad...» (2007).

This page intentionally left blank

EPÍLOGO

Desde mi punto de vista, el problema principal que afrontamos quienes deseamos defender la idea de que el conocimiento y la experiencia sólo son posibles por la intervención de ciertos elementos conceptuales que anteceden a todo conocimiento y experiencia, es el fenómeno aparentemente existente del cambio conceptual. Como hemos visto a lo largo de estas páginas, la admisión de dicho fenómeno condujo a dos posiciones sobre lo *a priori* claramente diferenciadas: la que sostiene la existencia de un elemento *a priori* aunque relativizado y dinámico, y quienes, más fieles a la ortodoxia kantiana, mantienen la idea de un *a priori* absoluto. Estos últimos, no obstante, también conscientes del fenómeno del cambio conceptual, se dieron a la tarea de «liberalizar» el contenido de lo *a priori,* esto es, de despojar de contenido, tanto como fuera posible, a los principios considerados *a priori*. Este «tanto como fuera posible» significó «tanto como para ser compatible con el cambio conceptual». La creciente liberalización de la que he hablado, es decir, la creciente pérdida de contenido de los conceptos o principios *a priori*, se tradujo en una creciente formalización de dichos conceptos, esto es, en una creciente identificación de lo *a priori* con lo meramente estructural. Pero en un punto de fundamental importancia se permaneció dentro de la idea original kantiana; a saber, que dichos principios formales son utilizados como principios de la síntesis de lo dado en la experiencia, de la síntesis originaria de la cual emana todo objeto que, en tanto que permanente, integra nuestro sistema del mundo.

Como espero haya resultado evidente, la posición que he sugerido es deudora de esta tradición. Reconoce el fenómeno del cambio conceptual, pero defiende que el mismo no se lleva a cabo desde una situación de vacío. Podemos criticar el contenido de nuestros conceptos más básicos, los conceptos de espacio, tiempo y causalidad. Sin embargo, la crítica es sólo posible desde el trasfondo básico de significado de esos conceptos, trasfondo que guía la corrección de los mismos con una autoridad esencialmente normativa.

APÉNDICE

Axiomas de Hilbert para regiones limitadas de la experiencia

Axiomas de conexión

1) A través de cualesquiera dos puntos hay (al menos) una línea.

2) A través de dos puntos hay sólo *una* línea.

3) Sobre cualquier línea hay al menos dos puntos; en cualquier plano hay al menos tres puntos que no están sobre una línea.

4) A través de cualesquiera tres puntos que no están todos sobre una línea pasa (al menos) un plano.

5) A través de tres puntos que no están todos sobre una línea pasa sólo un plano.

6) Si dos puntos de una línea están en un plano, también lo están el resto.

7) Si dos planos tienen un punto en común, tienen al menos otro en común.

8) Hay al menos cuatro puntos que no están todos en un plano.

Axiomas de orden

9) Si un punto está sobre una línea entre A y B, entonces también está entre B y A.

10) Si A y C son cualesquiera dos puntos en una línea, entonces hay siempre al menos un punto B que está entre A y C, y al menos un punto D tal que C está entre A y D.

11) Entre cualesquiera tres puntos en una línea hay siempre uno y sólo uno que está entre los otros dos.

12) Si una línea y tres puntos que no están en dicha línea están en un plano, y si la línea intersecta uno de los tres segmentos determinados por los puntos, entonces también intersecta uno de los otros dos segmentos.

Axiomas de congruencia

13) En cualquier línea y desde cualquier punto y en cualquier dirección, hay siempre uno y sólo un segmento que es congruente a cualquier segmento dado. Todo segmento es congruente a sí mismo.

14) Si dos segmentos son congruentes con un tercero, entonces son congruentes entre sí.

15) Dos segmentos son congruentes si consisten de pares de segmentos parciales congruentes.

16) Para cualquier ángulo dado, en cualquier plano, en cualquier lado de cualquiera de sus líneas, hay siempre uno y sólo un ángulo congruente. Todo ángulo es congruente a sí mismo.

Axiomas de congruencia de segmentos y ángulos

17) Si dos triángulos vecinos coinciden en cualesquiera dos lados y en el ángulo que ellos encierran, entonces también coinciden en los otros dos ángulos.

18) Si dos líneas vecinas en un plano no se intersectan, entonces los dos ángulos producidos en el mismo lado de cualesquiera línea que las intersecta son iguales.

Postulados de Carnap, para la construcción de un sistema ilimitado

1) En toda región parcial limitada, se sostienen los axiomas 1-18.

2) Más aún, los axiomas 1 y 4 se sostienen también para la región global.

3) La operación de marcar un segmento sobre una línea puede ser repetido arbitrariamente muchas veces sobre ambos lados de cualesquiera punto dado.

4) Mediante esta operación, uno puede obtener siempre un segmento en el cual cualquier punto dado de la línea se continúa.

5) Las propiedades formales de las relaciones de igualdad entre segmentos y ángulos determinados por los axiomas 13-16, han de retener su validez en el sistema extendido.

6) Las relaciones de igualdad expresadas en los axiomas 17-18 para lugares vecinos, han de ser extendidas para lugares novecinos de modo que, en lugar de la igualdad, se introduce una relación que depende de los lugares mutuos de las estructuras bajo consideración, la cual se aproxima continuamente a la igualdad en el límite, en la medida en que los lugares se aproximan unos a otros.

This page intentionally left blank

BIBLIOGRAFÍA*

AYER, A.J. (1959), *El positivismo lógico*, México, FCE.

AWODEY, S. (2004), «How Carnap Could Have Replied to Gödel», en S. Awodey y C. Klein (eds.) (2004).

— y A. CARUS (2003), «Carnap versus Gödel on Syntax and Tolerance», en Parrini, Salmon y Salmon (eds.) (2003).

— y C. KLEIN (eds.) (2004), *Carnap Brought Home. The View from Jena,* Chicago, Open Court.

BELL, D. y W. VOSSENKUHL (eds.) (1992), *Science and Subjectivity*, Berlín, Akademie.

BOGHOSSIAN, P. y C. PEACOCKE (eds.) (2000), *New Essays on the A Priori,* Oxford, Clarendon Press.

BONK, T. (ed.) (2003), *Language, Truth and Knowledge. Contributions to the Philosophy of Rudolf Carnap*, Países Bajos, Kluwer Academic Publishers.

BRADING, K. y E. Castellani (eds.) (2003), *Symmetries in Physics*. *Philosophical Reflections*, Cambridge, Cambridge University Press.

BRITTAIN, G. (1978), *Kant's Theory of Science*, Princeton, Princeton University Press.

BUCHDAHL, G. (1969), *Metaphysics and the Philosophy of Science. The Classical Origins: Descartes to Kant,* Estados Unidos, The MIT Press.

CAHAN, D. (ed.) (1993), *Hermann von Helmholtz and the Foundations of Nineteenth-Century Science*, Berkeley y Los Angeles, University of California Press.

— (ed.) (1995), *Science and Culture: Popular and Philosophical Essays*, Chicago, University of Chicago Press.

CARNAP, R. (1922), «Der Raum. Ein Beitrag zur Wissenschaftlehre», *Kantstudien Ergänzungshefte*, 56; trad. inédita al inglés de Michael Friedman y Peter Heath, *Space: A Contribution to the Theory of Science.*

* Cuando hay traducción al español sólo se indica ésta.

— (1923/2000), «Über die Aufgabe der Physik und die Anwendung des Grundsatzes der Einfachstheit», *Kantstudien*, 28 1/2, 90-107; trad. inédita al inglés realizada por los miembros del seminario sobre el *Aufbau* coordinado por Thomas Ryckman, «Concerning de Task of Physics and the Application of the Principle of Maximal Simplicity», University of Berkeley.
— (1924), «Dreidimensionalität des Raumes und Kausalität», *Annalen der Philosophie und philosophische Kritik,* 4, 105-130.
— (1925), «Über die Abhängigkeit der Eigenschaften des Raumes von denen der Zeit», *Kantstudien,* 30, 331-345.
— (1926), *Physikalische Begriffsbildung*, Karlsruhe, Braun.
— (1927), «Eigentliche und uneigentliche Begriffe», *Symposium,* 1, 355-374.
— (1928/1988), *La construcción lógica del mundo*, México, UNAM.
— (1928/1990), *Pseudoproblemas en la filosofía. La psique ajena y la controversia sobre el realismo,* México, UNAM.
— (1929/2004), *Von Gott und Seele. Scheinfragen in der Metaphysik und Theologie*; trad. española de Thomas Mormann, Álvaro Peláez y Eduardo Rueda, «De Dios y el alma. Pseudopreguntas en metafísica y teología», *Signos filosóficos*, sup. 11, vol. VI, 147-161.
— (1932*a*), «Die physikalische Sprache als Universalsprache der Wissenschaft», *Erkenntnis*, 2; trad. inglesa de M. Black (1934), *The Unity of Science*, Londres, Thoemmes Press [1995].
— (1932/1987), «On Protocol Sentences», *Nous,* 21, 457-470.
— (1934/1937), *Logische Syntax der Sprache*, Viena, Springer; trad. inglesa de A. Smeaton (1937), *The Logical Syntax of Language*, Londres, Kegan Paul.
— (1936), «Testability and Meaning I», *Philosophy of Science*, 3, 419-471.
— (1937), «Testability and Meaning II», *Philosophy of Science*, 4, 1-40.
— (1950), «Empiricism, Semantics, and Ontology», *Revue Internationale de Philosophie*, 4, 11.
— (1956), «El carácter metodológico de los conceptos teóricos», en L. Olivé, A.R. Pérez Ransanz (comps.) (1989).
— (1996), *An Introduction to the Philosophy of Science*, Nueva York, Dover.
CARRIER, M. (1994), «Geometric Facts and Geometric Theory: Helmholtz and 20th Century Philosophy of Physical Geometry», en L. Krüger (ed.) (1994).
CASSIRER, E. (1906/1974), *El problema del conocimiento en la filosofía y en la ciencia moderna*, México, FCE.
— (1907), «Kant und die moderne Mathematik», *Kantstudien,* 12, 1-49.
— (1910/1923), *Substanzbegriff und Funktionbegriff: Untersuchungen über die Grundfragen der Erkenntniskritik,* Berlín, Verlag Bruno Cassirer; trad. inglesa de W. Swabey y M. Swabey, en *Substance and Function and Einstein's Theory of Relativity*, Chicago, Open Court.

— (1921/1923), *Zur Einsteinschen Relativitätstheorie,* Berlín, Bruno Cassirer; trad. inglesa de W. Swabey y M. Swabey, en *Substance and Function and Einstein's Theory of Relativity*, Chicago, Open Court.
COFFA, J.A. (1982), «Kant, Bolzano and the Emergence of Logicism», *The Journal of Philosophy*, 74, 679-689, reimpreso en W. Demopoulos (ed.) *Frege's Philosophy of Mathematics*, Cambridge, Mass., Harvard University Press (1995).
— (1985), «Idealism and the *Aufbau*», en N. Rescher (ed.) (1985).
— (1986), «From Geometry to Tolerance. Sources of Conventionalism in Nineteenth-Century Geometry». en R.G. Colodny (ed.) (1986).
— (1991), «La filosofía de la ciencia después de Kuhn», *Cuadernos de Filosofía,* año 22, n.º 35, 7-23.
— (1991), *The Semantic Tradition from Kant to Carnap: To Vienna Station*, Cambridge, Cambridge University Press.
COHEN, R. y E. YEHUDA (eds.) (1977), *Hermann von Helmholtz: Epistemological Writings*, Dordrecht, Reidel.
— y T. SCHNELLE (eds.) (1986), *Cognition and Fact. Materials on Ludwig Fleck*, Dordrecht, Reidel.
COLLINGWOOD, R.G. (1940), *An Essay on Metaphysics*, Oxford, Oxford University Press.
COLODNY, R.G. (ed.) (1986), *From Quarks to Quasars*, Pittsburgh, University of Pittsburgh.
DEBS, T. y M. REDHEAD (2007), *Objectivity, Invariance, and Convention. Symmetry in Physical Science,* Cambridge, Harvard University Press.
DRUMMOND, J. (1984), «The Perceptual Roots of Geometric Idealizations», *Review of Metaphysics,* 37, 785-810.
EUCLIDES (1956), *Elementos de Geometría*, México, UNAM.
EWALD, W. (comp.) (1996), *From Kant to Hilbert: A Source Book in the Foundations of Mathematics*, Oxford, Clarendon Press.
FRIEDMAN, M. (1991), «The Re-Evaluation of Logical Positivism», *The Journal of Philosophy,* vol. LXXXVIII, n.º 10, 505-519.
— (1994), «Geometry, Convention, and the Relativized A Priori», en W. Salmon y G. Wolters (eds.) (1994), reimpreso en M. Friedman (1999).
— (1997), «Helmholtz's Zeichentheorie and Schlick's Allgemeine Erkenntnislehere: Early Logical Empiricism and Its Nineteenth-Century Backgroung», *Philosophical Topics*, vol. 25, n.º 2.
— (1999), *Reconsidering Logical Positivism*, Cambridge, Cambridge U. Press.
— (2000), «Geometry, Construction and Intuition in Kant and His Successors», en G. Sher y R. Tieszen (eds.) (2000).
— (2000), *A Parting of the Ways: Carnap, Cassirer and Heidegger,* Chicago, Open Court.
— (2001), *Dynamics of Reason. The 1999 Kant Lectures at Stanford University,* Stanford, CLSI Publications.
— (2003), «Trascendental Philosophy and Mathematical Physics», *Studies in History and Philosophy of Science*, 34, 29-43.

— (2004), «Carnap and the Evolution of the A priori», en Awodey y Klein (eds.) (2004).
— (2007), «Coordination, Constitution and Convention: The Evolution of the A Priori in Logical Empiricism», en A. Richardson y T. Uebel (eds.) (2007).
GIERE, R. y A. RICHARDSON (1996), *Origins of Logical Empiricism*, Minneapolis, University of Minnesota Press.
GOLDFBAR, W. (1996), «The Philosophy of Mathematics in Early Positivism», en Giere y Richardson (eds.) (1996).
— y T. RICKETTS (1992), «Carnap and the Philosophy of Mathematics», en Bell y Vossenkuhl (eds.) (1992).
GRAY, J. (1979), *Ideas of Space. Euclidean, Non-Euclidean, and Relativistic*, Oxford, Clarendon Press.
GREENBERG, M.J. (1972), *Euclidean and Non-Euclidean Geometries. Development and History,* San Francisco, W.H. Freeman and Company.
GUYER, P. (ed.) (1992), *The Cambridge Companion to Kant*, Cambridge, Cambridge U.P.
HALLER, R. (1982), «New Light on the Vienna Circle», *The Monist*, 65, 25-37.
HALLPIKE, C. (1979), *The Foundations of Primitive Thought*, Oxford, Oxford University Press.
HEGEL, G.F. (1968), *Ciencia de la lógica*, Buenos Aires, Solar.
HEIDELBERGER, M. (1993), «Force, Law, and Experiment: The Evolution of Helmholtz's Philosophy of Science», en D. Cahan (ed.) (1993).
— y F. STAEDLER (eds.) (2002), *History of Philosophy of Science: News Trends and Perspectives*, Países Bajos, Kluwer.
HELMHOLTZ, H.v. (1856/1925), *Handbuch der physiologischen Optik*; trad. inglesa de la 3.ª ed. por James Southall, Menasha, Wisc., George Banta.
— (1868*a*/1977), «On the Origin and Significance of the Axioms of Geometry», en Cohen y Yehuda (eds.) (1977).
— (1868*b*/1977), «On the Facts Underlying Geometry», en Cohen y Yehuda (eds.) (1977).
— (1868*c*/1995), «The Recent Progress of the Theory of Vision», en D. Cahan (ed.) (1995).
— (1870/1962), «On the Origin and Significance of the Geometrical Axioms», en M. Kline (ed.) (1962).
— (1878/1977), «The Facts in Perception», en Cohen y Yehuda (eds.) (1977).
HOWARD, D. (1994), «Kant, Einstein, and the Origins of Logical Empiricism», en W. Salmon y G. Wolters (eds.) (1994).
HUSSERL, E. (1913/1949), *Ideas relativas a una fenomenología pura y una filosofía fenomenológica*, México, FCE.
— (1929), *Investigaciones lógicas*, Madrid, Revista de Occidente.
— (1936/1990), *La crisis de las ciencias europeas y la fenomenología trascendental: una introducción a la filosofía fenomenológica,* Barcelona, Crítica.
JAMMER, M. (1993), *Concepts of Space,* Cambridge, Mass., Harvard U. Press.

KANT, I. (1781/1978), *Crítica de la razón pura*, Barcelona, Alfaguara.
— (1784/1984), *Prolegómenos a toda metafísica futura que quiera presentarse como ciencia,* Buenos Aires, Charcas.
— (1786/1993), *Primeros principios metafísicos de la ciencia de la naturaleza*, México, UNAM.
— (1790/1961), *Crítica del juicio,* Buenos Aires, Losada.
— (1800/1988), *Logic,* Nueva York, Dover.
KLINE, M. (ed.) (1962), *Popular Scientific Lectures*, Nueva York, Dover.
KRÜGER, L. (ed.) (1994), *Universalgenie Helmholtz. Rückblick nach 100 Jahren,* Berlín, Akademie Verlag.
KUHN, T.S. (1962), *La estructura de las revoluciones científicas*, México, FCE [1971].
LANFREDINI, R. (2003), «Schlick and Husserl on the Essence of Knowledge», en Parrini, Salmon y Salmon (eds.) (2003).
LEWIS, C.I. (1923), «A Pragmatic Conception of the A Priori», en Paul Moser (ed.) (1987).
MCMULLIN, E. (1985), «Galilean Idealization», *Studies in History and Philosophy of Science,* vol. 16, n.º 3, 247-273.
MAINZER, K. (1996), *Symmetries of Nature: A Handbook for Philosophy of Nature and Science,* Berlín, Walter de Gruyter.
MAJER, U. (1995), «Geometry, Intuition and Experience: From Kant to Husserl», *Erkenntnis,* 42, 261-285.
— (2002), «Hilbert's Program to Axiomatize Physics (in Analogy to Geometry) and its Impact on Schlick, Carnap and other Members of the Vienna Circle», en M. Heidelberger y F. Staedler (eds.) (2002).
MALONEY, L.T. y B.A. WANDELL (1986), «Color Constancy: A Method for Recovering Surface Spectral Reflectance», *Journal of the Optical Society of America* A, 3, 29-33.
MESERVE, B. (1955), *Fundamental Concepts of Geometry*, Cambridge, Mass., Addison-Wesley Publishing Company.
MORMANN, T. (1994), «A Representational Reconstruction of Carnap's Quasianalysis», *PSA*, vol. 1, 96-104.
— (2003), «Synthetic Geometry and *Aufbau*», en T. Bonk (ed.) (2003).
MOSER, P. (1987), *A Priori Knowledge*, Nueva York, Oxford University Press.
NAGEL, E. (1979), *Teleology Revisited and Other Essays in the Philosophy and Histoy of Science*, Nueva York, Columbia U. Press.
— (1979), «The Formation of Modern Conceptions of Formal Logic in the Development of Geometry», en E. Nagel (1979).
NERLICH, G. (1994), *The Shape of Space,* Cambridge, Cambridge U. Press.
NEURATH, O. (1932/1959), «Enunciados protocolares», en A.J. Ayer (ed.) (1959).
NOZICK, R. (2001), *Invariances. The Structure of the Objective World,* Cambridge, Harvard University Press.
OBERDAN, T. (1992), *Protocols, Truth, Convention,* Amsterdam, Rodopi.
OLIVÉ, L. y A.R. PÉREZ RANSANZ (comps.) (1989), *Filosofía de la ciencia: teoría y observación*, México, Siglo XXI.

PARRINI, P. (ed.) (1994), *Kant and Contemporary Epistemology*, Dordrecht, Kluwer.
—, W. SALMON y M. SALMON (eds.) (2003), *Logical Empiricism: Historical and Contemporary Perspectives,* Pittsburgh, University of Pittsburgh Press.
PARSONS, Ch. (1992), «The Trascendental Aesthetic», en P. Guyer (ed.) (1992).
PEACOCKE, C. (1994), «The Origins of the A Priori», en P. Parrini (ed.) (1994).
PELÁEZ, A. (2004*a*), «Cognición como coordinación en las epistemologías de M. Schlick y H. Reichenbach», *Agora. Papeles de filosofía,* vol. 23, n.º 2.
— (2004*b*), «Neurath, Carnap, Popper: la cruzada contra el fundacionalismo epistemológico», *Signos filosóficos*, sup. 11, vol. VI, 53-70.
— (2007), «Simetrías, principios trascendentales y objetividad: esbozo de un programa para la ontología», *Representaciones. Revista de estudios sobre representaciones en arte, ciencia y filosofía*, vol. 3, n.º 1, 95-119.
— (2008), «Geometría, esquemas e idealización: una módica defensa de la filosofía de la geometría de Kant», *Revista de Filosofía,* Universidad de Chile, vol. LXIV, 65-77.
PENELHUM, T. y MACINTOSH (eds.) (1969), *Kant's First Critique*, Belmont, Wadsworth.
POINCARÉ, H. (1898/2002), «Des Fondements de la Géométrie» en L. Rollet (ed.) (2002).
— (1902/1932), *La Science et l'Hypothése,* París, Bibliotheque de Philosophie Scientifique.
POPPER, K.R. (1978), «Inductivismo y deductivismo», en *Los dos problemas fundamentales de la epistemología: Basado en los manuscritos de los años 1930-33*, Madrid, Tecnos.
PROUST, J. (1987), «Formal Logic as Trascendental in Wittgenstein and Carnap», *Nous,* 21, 501-520.
— (1989), *Questions of Form Logic and Analytic Propositions from Kant to Carnap,* Minneapolis, University of Minnesota Press.
PUTNAM, H. (1994), *Las mil caras del realismo*, Barcelona, Paidós.
QUINE, W.V.O. (1936), «Truth by Convention», en Lee (ed.), *Philosophical Essays for A.A. Whitehead*, Nueva York, Longmans, reimp. en W.V.O. Quine (1966).
— (1951), «Dos dogmas del empirismo», en *Desde un punto de vista lógico*, Barcelona, Ariel (1962).
— (1963), «Carnap and Logical Truth», en P. Schilpp (ed.), *The Philosophy of Rudolf Carnap*, La Salle, Open Court, reimp. en W.V.O. Quine (1966).
— (1966), *The Ways of Paradox and Other Essays*, Nueva York, Random House.
REICHENBACH, H. (1920/1965), *The Theory of Relativity and A Priori Knowledge*, Berkeley y Los Angeles, University of California Press.
— (1958), *The Philosophy of Space and Time*, Nueva York, Dover.
RESCHER, N. (ed.) (1985), *The Heritage of Logical Positivism*, Lanham, CPS Pub.

RICHARDS, J.L. (1977), «The Evolution of Empiricism: Hermann von Helmholtz and the Foundations of Geometry», *British Journal for the Philosophy of Science*, 28, 235-253.
RICHARDSON, A. (1992), «Logical Idealism and Carnap's Construction of the World», *Synthese,* 93, 59-92.
— (1996), «Epistemology to the Logic of Science: Carnap's Philosophy of Empirical Knowledge in the 1930's», en R. Giere y A. Richardson (eds.) (1996).
— (1998), *Carnap's Construction of the World: The Aufbau and the Emergence of Logical Empiricism,* Cambridge, Cambridge U. Press.
— (2002), «Narrating the History of Reason Itself: Friedman, Kuhn, and a Constitutive A Priori for the Twenty-First Century», *Perspectives on Science*, vol. 10, n.º 3.
— (2003), «The Geometry of Knowledge: Lewis, Becker, Carnap and the Formalization of Philosophy in the 1920s», *Studies in History and Philosophy of Science*, 34, 165-182.
— y T. Uebel (eds.) (2007), *The Cambridge Companion to Logical Empiricism*, Cambridge, Cambridge University Press.
RIEMANN, B. (1868), «Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen», *Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, 13, 133-152; trad. inglesa de William Kingdon, «On the Hypothesis which lie at the Foundation of Geometry», en W. Ewald (comp.) (1996).
ROLLET, Laurent (ed.) (2002), *Scientific Opportunism: An Anthology*, Basilea, Birkhauser.
RUNGGALDIER, E. (1984), *Carnap's Early Conventionalism. An Inquiry into the Historical Background of the Vienna Circle,* Amsterdam, Rodopi.
RUSSELL, B. (1897/1996), *An Essay on the Foundations of Geometry*, Londres-Nueva York, Routledge.
— (1903), *The Principles of Mathematics*, Londres, George Allen & Unwin [1956].
— (1914), *Our Knowledge of the External World as a field for Scientific Method in Philosophy*, Londres-Nueva York, Routledge.
RYCKMAN, T. (1990), «Designation and Convention: A Chapter of Early Logical Empiricism», *PSA*, vol. 2, 149-157.
— (1991), «Conditio Sine Qua Non? *Zuordnung* in the Early Epistemologies of Cassirer and Schlick», *Synthese,* 88, 57-95.
— (2003), «Two Roads from Kant: Cassirer, Reichenbach, and General Relativity», en Parrini, Salmon y Salmon (eds.) (2003).
SALMON, W. y G. WOLTERS (eds.) (1994), *Logic, Language, and the Structure of Scientific Theories*, Pittsburgh, University of Pittsburgh Press.
SELLARS, W. (1971), *Ciencia, percepción y realidad*, Madrid, Tecnos.
SARKAR, S. (2003), «Husserl's Role in Carnap's *Der Raum*», en Thomas Bonk (ed.) (2003).
SAUER, W. (1989), «On the Kantian Background of Neopositivism», *Topoi,* 8, 111-119.

SCHLICK, M. (1918/1974), *Allgemeine Erkenntnislehre*, Berlín, Springer; trad. de la 2.ª ed. (1925), *General Theory of Knowledge*, Viena, Springer-Verlag.
— (1979), *Moritz Schlick Philosophical Papers Vol. I (1909-1922),* H. Mulder y Barbara F.B. van de Velde-Schlick, Dordrecht, Reidel.
SHEPARD, R. (1992), «The Perceptual Organization of Colors: An Adaptation to Regularities of the Terrestrial World?», en J. Barkow, L. Cosmides y J. Tooby (eds.), *The Adapted Mind. Evolutionary Psychology and the Generation of Culture,* Nueva York, Oxford University Press.
SHER, G. y R. TIESZEN (eds.) (2000), *Between Logic and Intuition: Essays in Honor of Charles Parsons*, Cambridge, Cambridge U. Press.
SKLAR, L. (1974), *Space, Time, and Spacetime,* California, University of California Press.
SOKOLOWSKI, R. (1974), *Husserlian Meditations*, Evanston, Northwestern University Press.
STRAWSON, P. (1975), *Los límites del sentido*, Madrid, Revista de Occidente.
TORRETTI, R. (1978), *Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré*, Dordrecht, Reidel.
UEBEL, T. (1991), *Rediscovering the Forgotten Viena Circle. Austrian Studies on Otto Neurath and the Vienna Circle,* Dordrecht, Kluwer.
— (1992), *Overcoming Logical Positivism from Within. The Emergence of Neurath's Naturalism in the Vienna Circle's Protocol Sentence Debate*, Amsterdam-Atlanta, Rodopi.
— (2003), «On the Austrian Roots of Logical Empiricism: The Case of the First Vienna Circle», en Parrini, Salmon y Salmon (eds.) (2003).
VAN FRAASSEN, B. (1989), *Laws and Symmetry*, Oxford, Clarendon Press.
WALFORD, D. (ed.) (1992), *Immanuel Kant: Theoretical Philosophy 1755-1770*, Cambridge, Cambridge U. Press.
WEYL, H. (1965), *Filosofía de las matemáticas y de la ciencia natural*, México, UNAM.
ZAHAR, E. (2001), Poincaré's Philosophy: From Conventionalism to Phenomenology, Chicago, Open Court.

ÍNDICE

Prefacio 11

Introducción 13

CAPÍTULO 1. El estado del arte: *a priori* semántico y pragmático 17

CAPÍTULO 2. Unidad sintética y *a priori* constitutivo en Kant 23
El sentido de lo *a priori* en la epistemología kantiana 25
La unidad sintética de apercepción como principio constitutivo fundamental 26
Principios *a priori* y leyes de la naturaleza 32
Fundamentación *a priori* de la ciencia newtoniana 44

CAPÍTULO 3. La relación entre experiencia y geometría y la reformulación de lo *a priori* en la concepción de Hermann von Helmholtz y Henri Poincaré 50
La geometría euclidiana y el postulado de las paralelas 51
Geometrías no-euclidianas 56
La reformulación de lo *a priori* en la filosofía de la geometría de Hermann von Helmholtz 64
La fisiología de los sentidos y la naturalización de lo *a priori* 65
Los *hechos* que están en la base de la geometría: el axioma de movilidad libre 72
La *aprioricidad* del espacio y el carácter empírico de los axiomas de la geometría 76
Idealización, constitución y convención en la filosofía de la geometría de Henri Poincaré 87
La experiencia y la geometría 89
Los axiomas de la geometría como «definiciones disfrazadas» 97

El espacio como condición formal constitutiva de la experiencia en Helmholtz y Poincaré 103

CAPÍTULO 4. El sentido de lo *a priori* en la filosofía de comienzos del siglo XX 105
Concepto-sustancia y concepto-función: la crítica de Cassirer a la doctrina tradicional del concepto 106
Inducción, leyes generales y los «invariantes de la experiencia» 116
Hans Reichenbach: relatividad y *a priori* 123
La cognición como coordinación y constitución 126
El sentido de lo *a priori* según Reichenbach 132
A priori formal constitutivo, absoluto y relativo 141

CAPÍTULO 5. La concreción de lo *a priori* formal constitutivo en la filosofía temprana de Rudolf Carnap 143
El espacio: *a priori* constitutivo y absoluto 144
La estructura de la física: *a priori* y convención 169
La construcción lógica de la realidad 176
¿Qué significa «constituir» y qué constituimos? 178
Estructura y objetividad 186
El cuasianálisis como herramienta de constitución de los objetos 198
Conclusiones 210

CAPÍTULO 6. Invariancia y *a priori* constitutivo: esbozo de un proyecto alternativo 220
Algunas simetrías fundamentales: simetrías en física, matemáticas y la percepción 223
Simetrías y principios trascendentales 229

Epílogo 239

Apéndice 241
Axiomas de Hilbert para regiones limitadas de la experiencia 241
Axiomas de conexión 241
Axiomas de orden 241
Axiomas de congruencia 242
Axiomas de congruencia de segmentos y ángulos 242
Postulados de Carnap, para la construcción de un sistema ilimitado 242

Bibliografía 245